

Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Beweisen oder widerlegen Sie die Erfüllbarkeit der folgenden Formeln bzw. Formelmengen:

(a) $(A \vee B \vee \neg A)$

(b) $(A \wedge B \wedge \neg A)$

(c) $\{(\bigvee_{i=1}^n (\bigwedge_{j=1}^n L_{i,j})) \mid n \in \mathbb{N}\}$, wobei $L_{i,j} = \begin{cases} A_j, & \text{wenn } i = j, \\ \neg A_j, & \text{wenn } i \neq j. \end{cases}$

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für beliebige Formeln F, G, H :

(a) Wenn $(F \vee G)$ erfüllbar ist, dann ist auch F erfüllbar.

(b) Wenn $(F \wedge G)$ erfüllbar ist, dann ist auch F erfüllbar.

(c) Wenn $(F \rightarrow G)$ gültig ist, dann gilt $F \models G$.

(d) Wenn $(F \rightarrow G)$ gültig ist, dann ist G erfüllbar.

(e) Wenn $(F \leftrightarrow G)$ erfüllbar ist, dann ist $(F \leftrightarrow G)$ auch gültig.

(f) Wenn $(F \wedge G)$ unerfüllbar ist, dann ist F unerfüllbar oder G unerfüllbar.

(g) Wenn $(F \vee G)$ gültig ist, dann ist F erfüllbar oder G erfüllbar.

(h) Wenn F und G gültig sind, dann gilt $F \equiv G$.

(i) Wenn F und G erfüllbar sind, dann gilt $F \equiv G$.

(j) Wenn F und G unerfüllbar sind, dann gilt $F \equiv G$.

(k) Wenn F erfüllbar und G gültig ist, dann gilt $F \equiv G$ oder $\neg F$ ist erfüllbar.

(l) Wenn $F \equiv G$ gilt, dann müssen F und G dieselben atomaren Formeln enthalten.

(m) Aus $F, G \models H$ und $F, H \models G$ und $G, H \models F$ folgt $F \equiv G \equiv H$.

Aufgabe 3

Sei $D \subseteq \{A_1, A_2, A_3, \dots\}$ und sei $E \supseteq D$ die Menge der Formeln, die nur aus den atomaren Formeln in D aufgebaut sind (Folie 30). Definieren Sie E formal.