

**Klausur zur Vorlesung
„Logik I“
SS 2022 / 22. August 2022**

Vorname: _____

Nachname: _____

Matrikelnummer: _____

Aufgabe	Punktzahl	Erreicht
1	6	
2	6	
3	6	
4	8	
5	6	
6	8	
Σ	40	

Hinweise

- Tragen Sie bitte **auf jedes Blatt** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer** in die entsprechenden Felder ein.
- Prüfungsdauer: **60 Minuten**
- Wenn Sie in der Klausur **20 Punkte** erreichen, haben Sie mit Sicherheit bestanden.
- Hilfsmittel: Ein beidseitig beschriebenes DIN-A4-Blatt.
- Benutzen Sie ein **dokumentenechtes Schreibgerät** und schreiben Sie nicht mit roter Farbe.
- Überprüfen Sie die Ihnen ausgehändigte Klausur auf Vollständigkeit (**6 Aufgaben** auf 6 Seiten).
- Schreiben Sie Ihre Lösungen in die dafür vorgesehenen Felder. Reicht der Platz in einem Feld nicht aus, so benutzen Sie die Rückseite des entsprechenden Blattes und vermerken dies auf der Vorderseite. Reicht der Platz dennoch nicht aus, können Sie die Aufsicht nach zusätzlichen Blättern fragen.
- Schreiben Sie bitte **deutlich**. Unleserliche Lösungen sind ungültig.
- Ein **Täuschungsversuch** führt umgehend zum Ausschluss und **Nichtbestehen**. Es erfolgt keine Vorwarnung.
- Alle mitgeführten **elektronischen Geräte** sind vor der Klausur bzw. spätestens jetzt auszuschalten.

Name:

Matrikelnummer:

Aufgabe 1. (6 Punkte)

Zeigen Sie durch geeignetes Anwenden des Markierungsalgorithmus, dass folgende Formel gültig ist:

$$F = B \vee (A \wedge D \wedge \neg E) \vee \neg A \vee (C \wedge \neg B) \vee \neg D \vee (D \wedge E \wedge \neg C)$$

Geben Sie an, welche atomaren Formeln in jedem Schritt markiert werden, jeweils mit Begründung.

Name:

Matrikelnummer:

Aufgabe 2. (6 Punkte)

Verwenden Sie das Resolutionsverfahren der Aussagenlogik, um zu zeigen, dass die folgende Klauselmengung unerfüllbar ist:

$$\{\{\neg E, \neg A\}, \{\neg D, A, \neg C\}, \{A, D\}, \{A, C\}, \{\neg A, \neg B, E\}, \{E, B\}\}$$

Name:

Matrikelnummer:

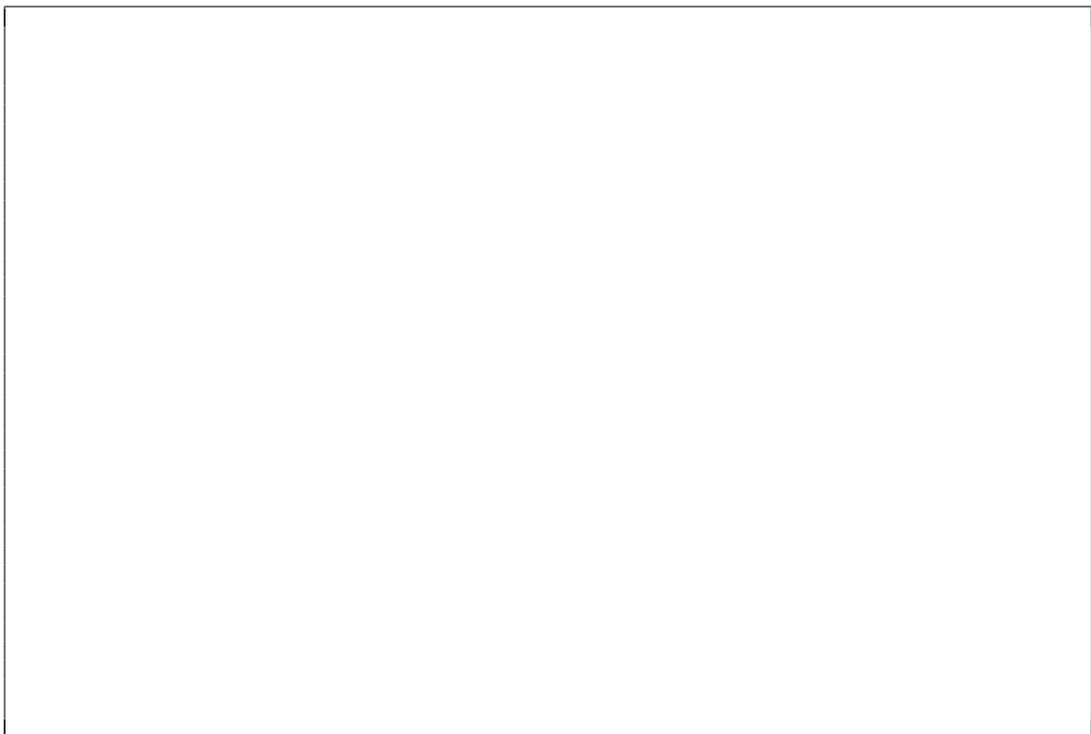
Aufgabe 3. (6 Punkte)

- (a) (3 Punkte) Widerlegen Sie die folgende Behauptung: Für jede prädikatenlogische Formel F gilt: Entweder F oder $\neg F$ ist unerfüllbar.



- (b) (3 Punkte) Zeigen Sie, dass

$$\forall x((P(x) \vee \neg P(x)) \rightarrow R(x, x)) \models \forall x R(x, x)$$



Name:

Matrikelnummer:

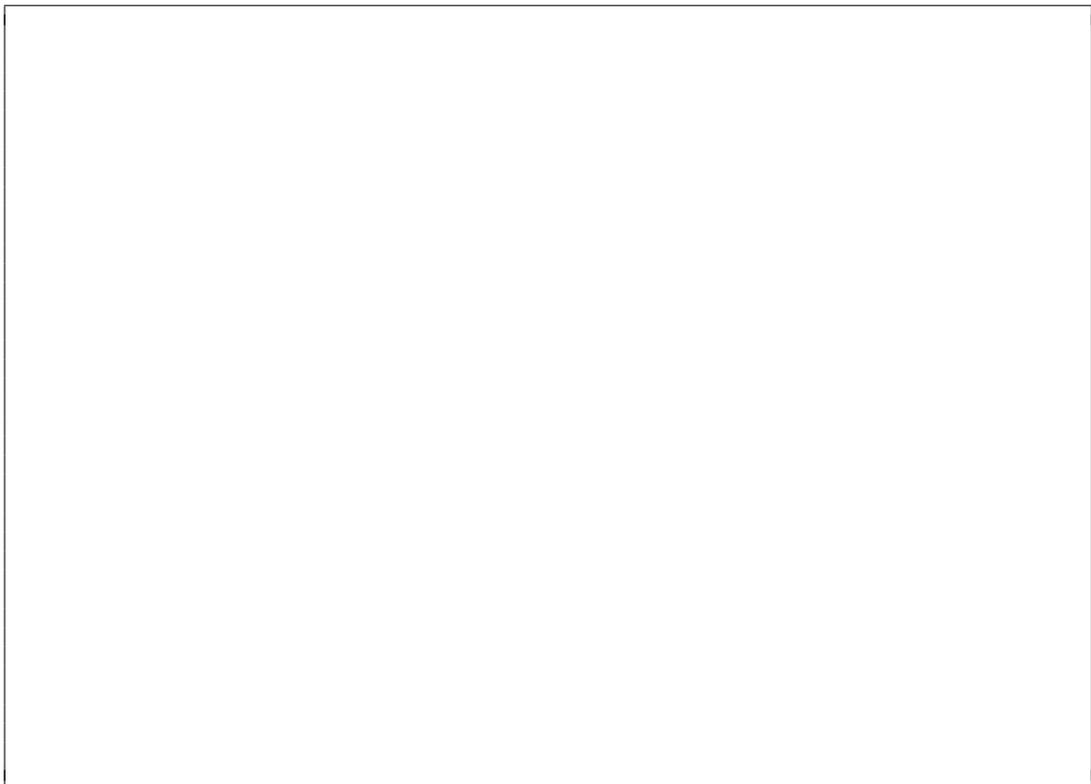
Aufgabe 4. (8 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden Formeln erfüllbar, aber nicht gültig sind:

(a) (4 Punkte) $F = (\forall x \forall y (R(f(x), f(y)) \rightarrow R(x, y)) \wedge \exists z (\neg R(z, f(z)) \wedge R(f(z), z)))$



(b) (4 Punkte) $G = (\forall x R(f(g(x)), g(f(x))) \wedge \forall y \neg R(g(f(g(y))), f(g(f(y))))$



Name:

Matrikelnummer:

Aufgabe 5. (6 Punkte)

Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die folgende Literalmenge L an. Geben Sie in jedem Schritt an, welche Literale Sie unifizieren. Geben Sie außerdem in jedem Schritt die Substitution und die Literalmenge an, die Sie erhalten.

$$L = \{P(x, f(g(y)), g(z)), P(g(z), f(z), g(w)), P(g(g(y)), f(w), x)\}$$

Name:

Matrikelnummer:

Aufgabe 6. (8 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet. Gegeben sei die Struktur $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$, wobei das Universum gegeben ist durch

$$U_{\mathcal{A}} = \{L \mid L \text{ ist eine Sprache über } \Sigma\}$$

und die Interpretationsfunktion $I_{\mathcal{A}}$ definiert ist durch:

- $Q^{\mathcal{A}} = \{L \mid L \text{ ist regulär}\}$,
- $R^{\mathcal{A}} = \{(L_1, L_2) \mid L_1 \subseteq L_2\}$,
- $f^{\mathcal{A}}(L) = \Sigma^* \setminus L$,
- $b^{\mathcal{A}} = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

und $\mathcal{I}(=)$ wie üblich mit der Gleichheit interpretiert wird. Formulieren Sie die folgenden Aussagen als prädikatenlogische Formeln:

- (a) (2 Punkte) Die Sprache $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ und das Komplement von $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ sind nicht regulär.

- (b) (2 Punkte) Es gibt eine reguläre Sprache, sodass alle Sprachen Teilmengen dieser regulären Sprache sind.

- (c) (2 Punkte) Das Komplement einer regulären Sprache ist ebenfalls regulär.

- (d) (2 Punkte) Es gibt eine reguläre Sprache, die Teilmenge von $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ ist.