

Übungsblatt 5

Aufgabe 1 Geben Sie reguläre Ausdrücke an für die gültigen...

- Kalenderdaten in 2022
- IPv4-Adressen
- Hostnamen

Recherchieren Sie ggf. nach ihren Definitionen in RFCs.

Lösung:

1) $e_1 = [1 - 9], e_2 = [0 - 9], e_3 = [0 - 8]$

$$e_4 = 0e_1 \mid 1e_2 \mid 2e_2 \mid 3(0 \mid 1)$$

$$e_5 = 0e_1 \mid 1e_2 \mid 2e_2 \mid 30$$

$$e_6 = 0e_1 \mid 1e_2 \mid 2e_3$$

$$r_k = e_4.(01 \mid 03 \mid 05 \mid 07 \mid 08 \mid 10 \mid 12).2022 \mid$$

$$e_5.(04 \mid 06 \mid 09 \mid 11).2022 \mid$$

$$e_6.02.2022$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{., 0, \dots, 9\}$.

- 2) 32-Bit-Form: $r_i = ((0 \mid 1)^8.)^3(0 \mid 1)^8$ oder umgewandelt in 10er-System-Form (beachte: $1111\ 1111_2 = 255_{10}$):

$$e_7 = e_2 \mid e_1e_2 \mid 1e_2e_2 \mid 2[0 - 4]e_2 \mid 25[0 - 5]$$

$$r'_i = (e_7.)^3e_7$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{., 0, 1\}$ bzw. $\Sigma = \{., 0, \dots, 9\}$. Ohne Subnetze oder dergleichen (nur die IP).

- 3) Was sind Hostnamen? Wir nehmen eine leicht vereinfachte Definition. Das Alphabet ist $\Sigma = \{., 0, \dots, 9, a, \dots, z, -\}$. Sei

$$e_8 = [a - z] \mid [0 - 9]$$

$$e_9 = e_8(e_8 \mid -)\{0, 61\}e_8 \mid e_8$$

$$r_h = e_9.e_9(.e_9)^?(.e_9)^?$$

Es gelten folgende Regeln:

- Es gibt 2-4 Blöcke, bestehend aus Zeichen aus Σ ohne Punkt. Die Blöcke werden durch Punkte getrennt.
- Jeder Block besteht aus 1-63 Zeichen.
- Erstes und letztes Zeichen in einem Block darf kein $-$ sein.
- Insgesamt darf ein Hostname höchstens 255 Zeichen besitzen ($63 \cdot 4 + 3 = 255$).
- Hostnamen haben also die Form `en.wikipedia.org`
- Wir ignorieren Sonderregeln wie Großschreibung usw.

Aufgabe 2 Das Berry-Sethi-Verfahren konstruiert einen NFA, der einen einzigen Startzustand besitzt. Wandeln Sie das Verfahren so um, dass der NFA stattdessen einen einzigen Endzustand besitzt. Verwenden Sie hierzu die bereits bekannten Funktionen `empty`, `first`, `last` und `next`.

Lösung:

Sei $r \in \mathcal{E}_\Sigma$ und $e = \text{num}(r)$ die durchnummerierte Version von r . Wir definieren den Automaten zu e wie folgt:

$$A = (Q, \Sigma, \Delta, S, F)$$

$$\begin{aligned} Q &= \{1, \dots, \ell(e)\} \cup \{\#\} \\ S &= \{i \mid \exists a. [i, a] \in \text{first}(e)\} \cup \{\# \mid \text{empty}(e) = t\} \\ F &= \{\#\} \\ \Delta &= \{(i, a, \#) \mid [i, a] \in \text{last}(e)\} \\ &\quad \cup \{(i, a, j) \mid \exists b. [j, b] \in \text{next}_e([i, a])\} \end{aligned}$$

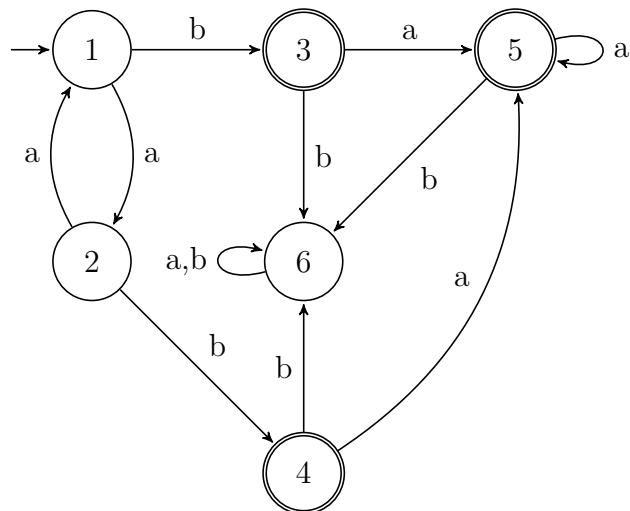
Aufgabe 3 Wiederholen Sie den DFA-Minimierungsalgorithmus aus dem GTI-Skript (Folie 165).

- (a) Gegeben sei ein DFA $A = (Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ und eine Klassifizierung $r: Q \rightarrow \mathbb{N}$. Beschreiben Sie, wie Sie den Algorithmus aus der GTI-Vorlesung erweitern müssen, damit \equiv_r berechnet wird.

Lösung:

Punkt 2 muss folgendermaßen geändert werden: Markiere alle Paare $\{z, z'\}$ mit $r(z) \neq r(z')$. Begründung: Damit trennt man initial auch die Zustände von F in die einzelnen F_i . In allen folgenden Schritten wird berücksichtigt, dass Zustände nicht erkenntungsäquivalent sind, wenn man durch Einlesen eines Wortes w in verschiedene F_i kommt.

(b) Minimieren Sie folgenden DFA $(Q, \Sigma, \delta, I, F)$ gegeben durch



mit der Klassifizierung $r: Q \rightarrow \mathbb{N}$, wobei

$$r(3) = r(4) = 1,$$

$$r(5) = 2,$$

$$r(q) = 0 \text{ für } q \in Q \setminus F.$$

Lösung:

Wir erhalten folgende Tabelle:

2		-	-	-	-
3	1	1	-	-	-
4	1	1		-	-
5	1	1	1	1	-
6	2	3	1	1	1
	1	2	3	4	5

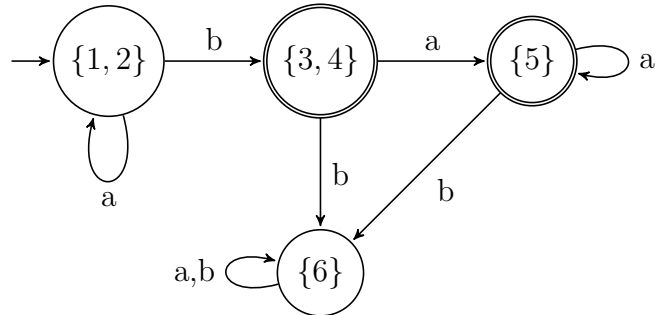
Die Schritte im Einzelnen sind:

(1) Markiere alle Zustandspaare $\{z, z'\}$ mit $r(z) \neq r(z')$.

(2) Markiere $\{1, 6\}$, weil $\delta(1, b) = 3$, $\delta(6, b) = 6$ und $\{3, 6\}$ markiert.

(3) Markiere $\{2, 6\}$, weil $\delta(2, b) = 4$, $\delta(6, b) = 6$ und $\{4, 6\}$ markiert.

Es sind keine weiteren Schritte möglich. Damit sind 1 und 2, und 3 und 4 äquivalent und es ergibt sich der folgende Automat:



mit der Klassifizierung $r' : Q \rightarrow \mathbb{N}$, wobei

$$\begin{aligned} r'(\{3, 4\}) &= 1, \\ r'(\{5\}) &= 2, \\ r'(\{1, 2\}) &= 0, \\ r'(\{6\}) &= 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 4 Gegeben sei folgende Übergangsfunktion eines DFAs:

	0	1	2	3	4	5
a	1	4	5	4	4	3
b	2	3	4	0	4	2

- (a) Wenden Sie das Displacement-Verfahren an, um eine Übergangstabelle mit nur einer Zeile zu erhalten. Geben Sie die displacement-Funktion sowie die resultierende Tabelle inklusive der valid-Zeile an. Was ist die kleinste Anzahl an Spalten, die Sie erreichen können?

Lösung:

Wir wählen Default = 4 und erhalten

	0	1	2	3	4	5
a	1		5			3
b	2	3		0		2

Dann verschieben wir die Zeile für a um 2 nach rechts und erhalten

	0	1	2	3	4	5	6	7
a			1		5			3
b	2	3		0		2		

Damit ergibt sich $\text{displacement}(a) = 2$, $\text{displacement}(b) = 0$ und

	0	1	2	3	4	5	6	7
A	2	3	1	0	5	2		3
valid	b	b	a	b	a	b		a

Wir erhalten 8 Spalten durch das Verschieben der Zeile für a . Die Zeile für b hingegen müsste man um mindestens 3 nach rechts verschieben, damit beide Zeilen übereinander passen, also würde man mindestens 9 Spalten erhalten.

- (b) Sei 0 der Startzustand des Automaten. Geben Sie die Konfigurationsfolge für die Eingabe $ababa$ an, indem Sie die Übergangsfunktion von Folie 78 verwenden.

Lösung:

Eine Konfiguration notieren wir als Paar bestehend aus dem aktuellen Zustand und dem Restwort.

Die Startkonfiguration ist $(0, ababa)$.

- Wegen $\text{displacement}(a) = 2$ schauen wir in Spalte $0 + 2 = 2$. Da $\text{valid}(2) = a$ und $A(2) = 1$, ist die nächste Konfiguration $(1, baba)$.
- Wegen $\text{displacement}(b) = 0$ schauen wir in Spalte $1 + 0 = 1$. Da $\text{valid}(1) = b$ und $A(1) = 3$, ist die nächste Konfiguration $(3, aba)$.
- Wegen $\text{displacement}(a) = 2$ schauen wir in Spalte $3 + 2 = 5$. Da $\text{valid}(5) = b$, müssen wir nach Default gehen. Also ist die nächste Konfiguration $(4, ba)$.
- Wegen $\text{displacement}(b) = 0$ schauen wir in Spalte $4 + 0 = 4$. Da $\text{valid}(4) = a$, müssen wir nach Default gehen. Also ist die nächste Konfiguration $(4, a)$.
- Wegen $\text{displacement}(a) = 2$ schauen wir in Spalte $4 + 2 = 6$. Da $\text{valid}(6)$ leer ist, müssen wir nach Default gehen. Also ist die nächste Konfiguration $(4, \varepsilon)$.