Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Compilerbau I
SS 2022

# Übungsblatt 10

**Aufgabe 1** Sei $G = (\{S\}, \{a, +, *\}, P, S)$, wobei $P$ gegeben ist durch:

$$P\colon S \to +SS \mid *SS \mid a$$

(a) Berechnen Sie $\mathrm{First}_1(\alpha)$ für jedes $A \to \alpha \in P$.

**Lösung:**
Das Ungleichungssystem ist

$$\mathrm{First}_1(S) \supseteq \mathrm{First}_1(+SS) \cup \mathrm{First}_1(*SS) \cup \mathrm{First}_1(a).$$

Wir starten mit $\mathrm{First}_1(S) = \emptyset$, also

$$\begin{aligned}\mathrm{First}_1(S) &\supseteq (\{+\} \odot_1 \emptyset \odot_1 \emptyset) \cup (\{*\} \odot_1 \emptyset \odot_1 \emptyset) \cup \{a\}\\ &= \emptyset \cup \emptyset \cup \{a\}\\ &= \{a\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\mathrm{First}_1(S) \supseteq \{a\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\mathrm{First}_1(S) &\supseteq (\{+\} \odot_1 \{a\} \odot_1 \{a\}) \cup (\{*\} \odot_1 \{a\} \odot_1 \{a\}) \cup \{a\}\\ &= \{+\} \cup \{*\} \cup \{a\}\\ &= \{+, *, a\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\mathrm{First}_1(S) \supseteq \{+, *, a\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\mathrm{First}_1(S) &\supseteq (\{+\} \odot_1 \{+, *, a\} \odot_1 \{+, *, a\})\\ &\quad \cup (\{*\} \odot_1 \{+, *, a\} \odot_1 \{+, *, a\})\\ &\quad \cup \{a\}\\ &= \{+\} \cup \{*\} \cup \{a\}\\ &= \{+, *, a\}.\end{aligned}$$

Da wir wieder $\mathrm{First}_1(S) \supseteq \{+, *, a\}$ erhalten haben, gilt $\mathrm{First}_1(S) = \{+, *, a\}$. Wir erhalten also für die rechten Seiten, dass

$$\begin{aligned}\mathrm{First}_1(+SS) &= \{+\} \odot_1 \{+, *, a\} \odot_1 \{+, *, a\} = \{+\},\\ \mathrm{First}_1(*SS) &= \{*\} \odot_1 \{+, *, a\} \odot_1 \{+, *, a\} = \{*\},\\ \mathrm{First}_1(a) &= \{a\}.\end{aligned}$$

Alternativ kann man nach Aufstellung des Ungleichungssystems (und der Vereinfachung) auch die Tabellenform benutzen:

| Schritt | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $\text{First}_1(S)$ | $\emptyset$ | $\{a\}$ | $\{+,*,a\}$ | $\{+,*,a\}$ |

Da sich von Schritt 2 auf 3 nichts verändert hat, terminiert der Algorithmus und es gilt $\text{First}_1(S) = \{+,*,a\}$. Anschließend bestimmt man $\text{First}_1(\alpha)$ wie zuvor.

(b) Berechnen Sie $\text{First}_2(\alpha)$ für jedes $A \to \alpha \in P$.

**Lösung:**
Das Ungleichungssystem ist

$$\text{First}_2(S) \supseteq \text{First}_2(+SS) \cup \text{First}_2(*SS) \cup \text{First}_2(a).$$

Wir starten mit $\text{First}_2(S) = \emptyset$, also

$$\begin{aligned}\text{First}_2(S) &\supseteq (\{+\} \odot_2 \emptyset \odot_2 \emptyset) \cup (\{*\} \odot_2 \emptyset \odot_2 \emptyset) \cup \{a\}\\ &= \emptyset \cup \emptyset \cup \{a\}\\ &= \{a\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\text{First}_2(S) \supseteq \{a\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\text{First}_2(S) &\supseteq (\{+\} \odot_2 \{a\} \odot_2 \{a\}) \cup (\{*\} \odot_2 \{a\} \odot_2 \{a\}) \cup \{a\}\\ &= \{+a\} \cup \{*a\} \cup \{a\}\\ &= \{+a, *a, a\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\text{First}_2(S) \supseteq \{+a, *a, a\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\text{First}_2(S) \supseteq\ &(\{+\} \odot_2 \{+a, *a, a\} \odot_2 \{+a, *a, a\})\\ &\cup (\{*\} \odot_2 \{+a, *a, a\} \odot_2 \{+a, *a, a\})\\ &\cup \{a\}\\ &= \{++, +*, +a\} \cup \{*+, **, *a\} \cup \{a\}\\ &= \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\text{First}_2(S) \supseteq \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\text{First}_2(S) \supseteq\ &(\{+\} \odot_2 \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}\\ &\qquad \odot_2 \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\})\\ &\cup (\{*\} \odot_2 \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}\\ &\qquad \odot_2 \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\})\\ &\cup \{a\}\\ &= \{++, +*, +a\} \cup \{*+, **, *a\} \cup \{a\}\\ &= \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}.\end{aligned}$$

Da wir wieder $\text{First}_2(S) \supseteq \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}$ erhalten haben, gilt $\text{First}_2(S) = \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}$. Wir erhalten also für die rechten Seiten, dass

$$\begin{aligned}
\text{First}_2(+SS) &= \{+\} \odot_2 \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\} \\
&\qquad \odot_2 \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\} \\
&= \{++, +*, +a\}, \\
\text{First}_2(*SS) &= \{*\} \odot_2 \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\} \\
&\qquad \odot_2 \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\} \\
&= \{*+, **, *a\}, \\
\text{First}_2(a) &= \{a\}.
\end{aligned}$$

Alternativ kann man auch hier wieder nach Aufstellung des Ungleichungssystems (und der Vereinfachung) die Tabellenform benutzen:

| Schritt | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\text{First}_2(S)$ | $\emptyset$ | $\{a\}$ | $\{+a, *a, a\}$ | $\{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}$ | $\{++, \dots, a\}$ |

Da sich von Schritt 3 auf 4 nichts verändert hat, terminiert der Algorithmus und es gilt $\text{First}_2(S) = \{++, +*, +a, *+, **, *a, a\}$. Anschließend bestimmt man $\text{First}_2(\alpha)$ wie zuvor.

(c) Überlegen Sie sich, wie man $M_G^{(2)}$ mit Hilfe von First deterministisch machen kann.

**Lösung:**
Es genügen hier die $\text{First}_1$-Mengen, um den Item-Kellerautomaten deterministisch zu machen. Sind wir im Zustand $[S \to x\bullet SS]$ oder im Zustand $[S \to xS\bullet S]$, so können wir eindeutig die nächste Expansionsregel nehmen, wenn wir das nächste Zeichen kennen. Dabei bedeutet das Zeichen $x \in \{+, *\}$, dass wir die Regel $S \to xSS$ nehmen müssen und $a$, dass $S \to a$ die richtige Wahl ist.

**Aufgabe 2** Sei $G = (\{S\}, \{a, +, *\}, P, S)$, wobei $P$ gegeben ist durch:

$$P\colon S \to SS+ \mid SS* \mid a$$

(a) Berechnen Sie $\text{First}_1(\alpha)$ für jedes $A \to \alpha \in P$.

**Lösung:**
Das Ungleichungssystem ist

$$\mathrm{First}_1(S) \supseteq \mathrm{First}_1(SS+) \cup \mathrm{First}_1(SS*) \cup \mathrm{First}_1(a).$$

Wir starten mit $\mathrm{First}_1(S) = \emptyset$, also

$$\begin{aligned}\mathrm{First}_1(S) &\supseteq (\emptyset \odot_1 \emptyset \odot_1 \{+\}) \cup (\emptyset \odot_1 \emptyset \odot_1 \{*\}) \cup \{a\} \\ &= \emptyset \cup \emptyset \cup \{a\} \\ &= \{a\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\mathrm{First}_1(S) \supseteq \{a\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\mathrm{First}_1(S) &\supseteq (\{a\} \odot_1 \{a\} \odot_1 \{+\}) \cup (\{a\} \odot_1 \{a\} \odot_1 \{*\}) \cup \{a\} \\ &= \{a\}\end{aligned}$$

Da wir wieder $\mathrm{First}_1(S) \supseteq \{a\}$ erhalten haben, gilt $\mathrm{First}_1(S) = \{a\}$. Wir erhalten also für die rechten Seiten, dass

$$\begin{aligned}\mathrm{First}_1(SS+) &= \{a\} \odot_1 \{a\} \odot_1 \{+\} = \{a\}, \\ \mathrm{First}_1(SS*) &= \{a\} \odot_1 \{a\} \odot_1 \{*\} = \{a\}, \\ \mathrm{First}_1(a) &= \{a\}.\end{aligned}$$

Man darf auch hier wieder die Tabellenform benutzen.

(b) Kann man $M_G^{(2)}$ mit Hilfe von First deterministisch machen?

**Lösung:**
Wie man bei $\mathrm{First}_1$ schon sieht, ist der nächste Schritt im Allgemeinen nicht eindeutig. Tatsächlich gilt für jedes $k \geq 1$

$$\mathrm{First}_k(SS+) \cap \mathrm{First}_k(SS*) \neq \emptyset.$$

Denn: Beide $\mathrm{First}_k$-Mengen enthalten ein Anfangsstück der Länge $k$ von $aaaaa \cdots$. Konket bedeutet das, man kann ständig $S \to SSx$ gefolgt von $S \to a$ alternierend ableiten, ohne dass man weiß, ob $x$ in einem Schritt $+$ oder $*$ ist. Somit ist der Nichtdeterminismus unvermeidbar.