

Übungsblatt 12

Aufgabe 1 Sei $G = (N, \{a, b\}, P, S)$ mit $\{A, S\} \subseteq N$. Sei

$$I = [S \rightarrow a \bullet Ab, \{ab, aa\}]$$

ein Item des erweiterten Topdown-Kellerautomaten für G mit Lookahead 2.

(a) Geben Sie den Lookahead für die Expansion-Schritte zu I an.

Lösung:

$$\text{First}_2(b) \odot_2 \{ab, aa\} = \{ba\}$$

(b) Seien außerdem $A \rightarrow \varepsilon \mid a$ die einzigen Produktionen für A in P . Geben Sie die Zeile der Vorausschautabelle für I an.

Lösung:

Zu jeder Produktion $A \rightarrow \alpha$ bestimmen wir $\text{First}_2(\alpha) \odot_2 \{ba\}$:

$$A \rightarrow \varepsilon: \text{First}_2(\varepsilon) \odot_2 \{ba\} = \{ba\}$$

$$A \rightarrow a: \text{First}_2(a) \odot_2 \{ba\} = \{ab\}$$

also erhalten wir folgende Vorausschautabelle:

	aa	ab	ba	bb	a	b	ε
$[S \rightarrow a \bullet Ab, \{ab, aa\}]$		$A \rightarrow a$	$A \rightarrow \varepsilon$				

Aufgabe 2 Sei $G = (\{S, A\}, \{a, \langle, \rangle\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$S \rightarrow \langle A \rangle \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow a \mid \varepsilon$$

(a) Geben Sie First_1 für alle Nichtterminale von G an.

Lösung:

Für First_1 ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\text{First}_1(S) = \text{First}_1(\langle A \rangle) \cup \text{First}_1(\varepsilon)$$

$$\text{First}_1(A) = \text{First}_1(a) \cup \text{First}_1(\varepsilon)$$

Wir erhalten also $\text{First}_1(A) = \{a, \varepsilon\}$ und $\text{First}_1(S) = \{\langle, \varepsilon\}$.

(b) Geben Sie Follow_1 für alle Nichtterminale von G an.

Lösung:

Für Follow_1 ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(S) &= \{\varepsilon\} \\ \text{Follow}_1(A) &= \text{First}_1(\langle \rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(S)\end{aligned}$$

Wir erhalten also $\text{Follow}_1(S) = \{\varepsilon\}$ und $\text{Follow}_1(A) = \{\langle \rangle\}$.

(c) Geben Sie die Vorausschautabelle für stark LL(1) an.

Lösung:

Wir berechnen $\text{First}_1(\alpha) \odot_1 \text{Follow}_1(X)$ für jede Produktion $X \rightarrow \alpha$:

$$\begin{aligned}S \rightarrow \langle A \rangle &: \text{First}_1(\langle A \rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(S) \\ &= \{\langle \rangle\} \odot_1 \{a, \varepsilon\} \odot_1 \{\langle \rangle\} \odot_1 \{\varepsilon\} = \{\langle \rangle\} \\ S \rightarrow \varepsilon &: \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(S) = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} \\ A \rightarrow a &: \text{First}_1(a) \odot_1 \text{Follow}_1(A) = \{a\} \odot_1 \{\langle \rangle\} = \{a\} \\ A \rightarrow \varepsilon &: \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(A) = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\langle \rangle\} = \{\langle \rangle\}\end{aligned}$$

Damit ergibt sich folgende Vorausschautabelle für stark LL(1):

	a	\langle	\rangle	ε
S		$S \rightarrow \langle A \rangle$		$S \rightarrow \varepsilon$
A	$A \rightarrow a$		$A \rightarrow \varepsilon$	

Aufgabe 3 Sei $G = (\{E, C, F\}, \{a, +, \langle, \rangle\}, P, E)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{aligned}E &\rightarrow FC \\ C &\rightarrow +FC \mid \varepsilon \\ F &\rightarrow \langle E \rangle \mid a\end{aligned}$$

(a) Führen Sie den Algorithmus zum Berechnen von Follow_1 durch. Sie können verwenden, dass $\text{First}_1(C) = \{+, \varepsilon\}$ und $\text{First}_1(E) = \text{First}_1(F) = \{\langle, a\}$ gelten.

Lösung:

Das Ungleichungssystem ist

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(E) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup (\text{First}_1(\langle \rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(F)), \\ \text{Follow}_1(C) &\supseteq (\text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(E)) \cup (\text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(C)), \\ \text{Follow}_1(F) &\supseteq (\text{First}_1(C) \odot_1 \text{Follow}_1(E)) \cup (\text{First}_1(C) \odot_1 \text{Follow}_1(C)).\end{aligned}$$

Zunächst setzen wir die Werte für First_1 ein und erhalten

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(E) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup (\{\}) \odot_1 \text{Follow}_1(F), \\ \text{Follow}_1(C) &\supseteq \text{Follow}_1(E) \cup \text{Follow}_1(C), \\ \text{Follow}_1(F) &\supseteq (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \text{Follow}_1(E)) \cup (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \text{Follow}_1(C)).\end{aligned}$$

Man beachte, dass $\varepsilon \in \text{Follow}_1(E)$ gilt, weil E das Startsymbol ist. Wir starten mit $\text{Follow}_1(E) \supseteq \{\varepsilon\}$, $\text{Follow}_1(C) \supseteq \emptyset$ und $\text{Follow}_1(F) \supseteq \emptyset$ und erhalten

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(E) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup (\{\}) \odot_1 \emptyset = \{\varepsilon\}, \\ \text{Follow}_1(C) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup \emptyset = \{\varepsilon\}, \\ \text{Follow}_1(F) &\supseteq (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon\}) \cup (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \emptyset) = \{+, \varepsilon\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\text{Follow}_1(E) \supseteq \{\varepsilon\}$, $\text{Follow}_1(C) \supseteq \{\varepsilon\}$ und $\text{Follow}_1(F) \supseteq \{+, \varepsilon\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(E) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup (\{\}) \odot_1 \{+, \varepsilon\} = \{\varepsilon, \varepsilon\}, \\ \text{Follow}_1(C) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}, \\ \text{Follow}_1(F) &\supseteq (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon\}) \cup (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon\}) = \{+, \varepsilon\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\text{Follow}_1(E) \supseteq \{\varepsilon, \varepsilon\}$, $\text{Follow}_1(C) \supseteq \{\varepsilon\}$ und $\text{Follow}_1(F) \supseteq \{+, \varepsilon\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(E) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup (\{\}) \odot_1 \{+, \varepsilon\} = \{\varepsilon, \varepsilon\}, \\ \text{Follow}_1(C) &\supseteq \{\varepsilon, \varepsilon\} \cup \{\varepsilon\} = \{\varepsilon, \varepsilon\}, \\ \text{Follow}_1(F) &\supseteq (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon, \varepsilon\}) \cup (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon\}) = \{+, \varepsilon, \varepsilon\}.\end{aligned}$$

Wir haben also $\text{Follow}_1(E) \supseteq \{\varepsilon, \varepsilon\}$, $\text{Follow}_1(C) \supseteq \{\varepsilon, \varepsilon\}$ und $\text{Follow}_1(F) \supseteq \{+, \varepsilon, \varepsilon\}$ und erhalten

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(E) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup (\{\}) \odot_1 \{+, \varepsilon, \varepsilon\} = \{\varepsilon, \varepsilon\}, \\ \text{Follow}_1(C) &\supseteq \{\varepsilon, \varepsilon\} \cup \{\varepsilon, \varepsilon\} = \{\varepsilon, \varepsilon\}, \\ \text{Follow}_1(F) &\supseteq (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon, \varepsilon\}) \cup (\{+, \varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon, \varepsilon\}) = \{+, \varepsilon, \varepsilon\}.\end{aligned}$$

Da wir wieder $\text{Follow}_1(E) \supseteq \{\varepsilon, \varepsilon\}$, $\text{Follow}_1(C) \supseteq \{\varepsilon, \varepsilon\}$ und $\text{Follow}_1(F) \supseteq \{+, \varepsilon, \varepsilon\}$ erhalten haben, gilt $\text{Follow}_1(E) = \{\varepsilon, \varepsilon\}$, $\text{Follow}_1(C) = \{\varepsilon, \varepsilon\}$ und $\text{Follow}_1(F) = \{+, \varepsilon, \varepsilon\}$.

Alternativ kann man auch hier wieder nach Aufstellung des Ungleichungssystems (und der Vereinfachung) die Tabellenform benutzen:

Schritt	0	1	2	3	4
Follow ₁ (E)	{ε}	{ε}	{ε, >}	{ε, >}	{ε, >}
Follow ₁ (C)	∅	{ε}	{ε}	{ε, >}	{ε, >}
Follow ₁ (F)	∅	{ε, +}	{ε, +}	{ε, +, >}	{ε, +, >}

(b) Geben Sie die Vorausschautabelle für stark LL(1) an.

Lösung:

Wir berechnen $\text{First}_1(\alpha) \odot_1 \text{Follow}_1(X)$ für jede Produktion $X \rightarrow \alpha$:

$$E \rightarrow FC: \text{First}_1(FC) \odot_1 \text{Follow}_1(E) = \{a, \langle \rangle \odot_1 \{\varepsilon, +\} \odot_1 \{\varepsilon, \rangle\} \\ = \{a, \langle \rangle\}$$

$$C \rightarrow +FC: \text{First}_1(+FC) \odot_1 \text{Follow}_1(C) = \{+\}$$

$$C \rightarrow \varepsilon: \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(C) = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon, \rangle\} = \{\varepsilon, \rangle\}$$

$$F \rightarrow \langle E \rangle: \text{First}_1(\langle E \rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(F) = \{\langle \rangle\}$$

$$F \rightarrow a: \text{First}_1(a) \odot_1 \text{Follow}_1(F) = \{a\}$$

Damit erhalten wir folgende Vorausschautabelle für stark LL(1):

	a	+	⟨	⟩	ε
E	E → FC		E → FC		
C		C → +FC		C → ε	C → ε
F	F → a		F → ⟨E⟩		

Aufgabe 4 Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, +, *\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$S \rightarrow AB+ \mid AB*$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$$

Geben Sie eine LL(1)-Grammatik G' an mit $L(G') = L(G)$.

Lösung:

$G' = (\{S, A, B\}, \{a, b, +, *\}, P', S)$, wobei P' gegeben ist durch:

$$S \rightarrow aS \mid A$$

$$A \rightarrow bA \mid B$$

$$B \rightarrow + \mid *$$

Aufgabe 5 Sei $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, *\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$S \rightarrow baAa \mid bbBb$$

$$A \rightarrow aA \mid C$$

$$B \rightarrow bB \mid C$$

$$C \rightarrow *bbb* \mid CC$$

Geben Sie eine LL(1)-Grammatik G' an mit $L(G') = L(G)$.

Lösung:

$G' = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, *\}, P', S)$, wobei P' gegeben ist durch:

$$S \rightarrow bD$$

$$D \rightarrow aAa \mid bBb$$

$$A \rightarrow aA \mid C$$

$$B \rightarrow bB \mid C$$

$$C \rightarrow *bbb*E$$

$$E \rightarrow \varepsilon \mid C$$