

# Übungsblatt 1

## Aufgabe 1.

Seien  $A, B$  und  $C$  beliebige Teilmengen einer Grundmenge  $M$ . Beweisen oder widerlegen Sie:

- $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
- $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$
- $(A \cup B) \cap (\overline{B} \cup C) \subseteq A \cup C$
- $(A \times B) = (C \times B) \Rightarrow A = C$

## Aufgabe 2.

Sei  $\Sigma = \{a, b, c\}$  und  $R = \{(a, b), (a, c), (b, c)\}$  eine Relation über  $\Sigma$ . Geben Sie den reflexiven Abschluss, den symmetrischen Abschluss sowie den transitiven Abschluss von  $R$  an. Geben Sie eine Äquivalenzrelation an, die  $R$  enthält.

## Aufgabe 3.

Seien  $L, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$  drei Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma$ . Dann ist:

- $L_1 \cdot L_2 = \{uv \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2\}$  (die Konkatenation der Sprachen  $L_1$  und  $L_2$ )
- $L^0 = \{\epsilon\}$ ,  $L^1 = L$  und  $L^{n+1} = L \cdot L^n$  für  $n \geq 0$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n = \{w_1 \dots w_n \mid w_1, \dots, w_n \in L, n \geq 0\}$  (die Sternmenge oder Kleene-Iteration von  $L$ )
- $L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n = \{w_1 \dots w_n \mid w_1, \dots, w_n \in L, n \geq 1\}$ .

- (a) Sei  $L_1 = \{0, 11\}$  und  $L_2 = \{\epsilon, 010, 111, 01\}$ . Geben Sie  $L_1 \cdot L_2$  und  $L_1^*$  an.
- (b) Seien  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ . Geben Sie eine Sprache  $C$  abhängig von  $L_1$  und  $L_2$  an, so dass  $C = (L_1 \cdot C) \cup L_2$  gilt.
- (c) Zeigen Sie, dass  $(L_1 \cup L_2)^* = (L_1^* \cdot L_2^*)^*$  gilt.