

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (Vollständige Induktion).

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

- (a) 3 teilt $n^3 - n$.
- (b) Für alle $n > k$, $k > 0$ gilt: $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$

Aufgabe 2.

Gegeben sei ein Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und folgende Sprachen über Σ :

- $L_1 = \{a, ab, ac, abba\}$
- $L_2 = \{\varepsilon, bbb, a, cca\}$
- $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{Das Wort } w \text{ enthält gleich viele } a\text{'s und } b\text{'s}\}$
- $L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid w = a^n b^n c^n \text{ mit } n \geq 0\}$

(a) Wahr oder falsch?

- $abba \in L_1 L_2$
- $abba \in L_2 L_1$
- $abbabbb \in L_1 L_2$
- $abbabbb \in L_2 L_1$
- $abbac \in L_1^*$
- $a \in L_1^* L_2$

(b) Geben Sie $L_3 \cup L_4$, $L_3 \cap L_4$, $L_3 \cap L_1$ und $L_4 \cap L_2$ an!

Aufgabe 3.

Gegeben sei ein Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Geben Sie zwei unterschiedliche Sprachen L_1 , L_2 über Σ an, so dass $L_1^* = L_2^*$ gilt.