Übungsblatt 6

Aufgabe 1.
Gegeben ist der DFA $M = (Z, \Sigma, \delta, 2, E)$ über $\Sigma = \{a, b\}$ mit $Z = \{1, 2, 3\}$, $E = \{3\}$,

δ	a	b
1	1	2
2	2	3
3	3	1

(a) Berechnen Sie $L^0_{i,j}$, $L^1_{i,j}$ für $i, j \in \{1, 2, 3\}$ und $L^2_{2,3}$, $L^2_{3,3}$, $L^3_{2,3}$.

(b) Geben Sie einen regulären Ausdruck γ an mit $L(\gamma) = T(M)$. Verwenden Sie dazu die Ergebnisse aus (a).

Aufgabe 2.
Gegeben seien zwei nichtdeterministische Automaten $M_1 = (Z_1, \Sigma, \delta_1, S_1, E_1)$ und $M_2 = (Z_2, \Sigma, \delta_2, S_2, E_2)$.

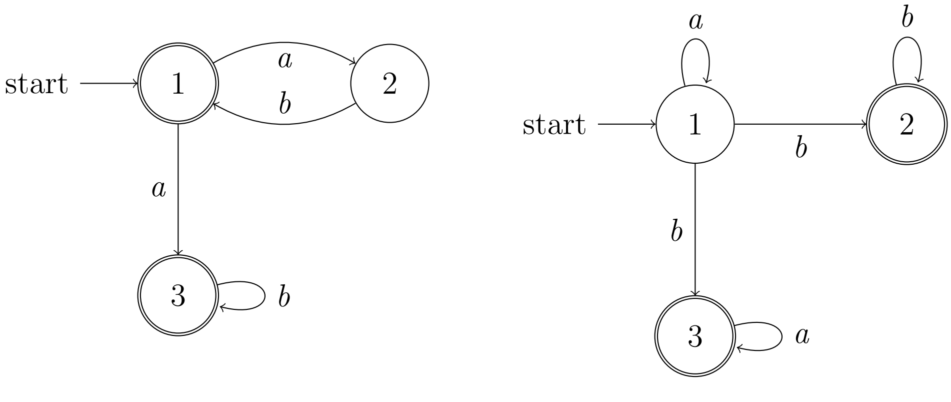

Abbildung 1: Die Automaten M_1 und M_2.

Geben Sie den Kreuzproduktautomaten (siehe Vorlesung) an, der den Schnitt der Sprachen $T(M_1)$ und $T(M_2)$ akzeptiert.

Aufgabe 3.
Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen. Sei Σ ein Alphabet.

(a) Wenn $L \subseteq L' \subseteq \Sigma^*$ und L regulär ist, dann ist auch L' regulär.

(b) Sei $L \subseteq \Sigma^*$ regulär und $L' \subseteq \Sigma^*$ nicht regulär. Dann ist jedes $L'' \subseteq \Sigma^*$ mit $L' = L \cup L''$ nicht regulär.

Aufgabe 4.
Ein NFA $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$ heißt fast-deterministisch, wenn gilt:

$$|S| = 1 \text{ und } \forall z \in Z, a \in \Sigma : |\delta(z, a)| \leq 1\,.$$

Ein fast-deterministischer NFA $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$ heißt vollständig, wenn gilt:

$$\forall z \in Z, a \in \Sigma : |\delta(z, a)| = 1\,.$$

Offensichtlich kann jeder vollständige, fast-deterministische NFA als DFA angesehen werden. Sei $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$ ein vollständiger, fast-deterministischer NFA und $M' = (Z, \Sigma, \delta, S, Z \setminus E)$. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass dann $T(M') = \overline{T(M)}$ gilt (siehe: Abschluss unter Komplement).

(a) Zeigen Sie durch Angabe jeweils eines Gegenbeispiels, dass diese Gleichheit nicht garantiert ist, wenn M (i) nicht vollständig oder (ii) nicht fast-deterministisch ist.

(b) Schlägt die Gleichheit für nicht vollständige / nicht fast-deterministische endliche Automaten in jedem Fall fehl?