

## Übungsblatt 9

**Aufgabe 1.** Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen über  $\Sigma = \{a, b, c\}$  kontextfrei sind.

(a)  $L_1 = \{vcwcw^r \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$

(b)  $L_2 = \{wcw^r cv \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$

*Hinweis:* Für ein Wort  $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$  ist das Spiegelwort  $w^r$  definiert als  $w^r = a_n \dots a_1$ .

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

(a)  $\{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$

(b)  $L_1 \cap L_2$  (aus Aufgabe 1)

**Aufgabe 3.** Gegeben ist die kontextfreie Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  in Chomsky-Normalform über  $\Sigma = \{a, b\}$  mit  $V = \{S, X, Y, A, B\}$  und den folgenden Produktionen:

$$\begin{aligned} P : S &\rightarrow a \mid b \mid AA \mid BB \mid XA \mid YB \\ X &\rightarrow AS \\ Y &\rightarrow BS \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

(a) Überprüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob  $abbbba \in L(G)$  gilt.

(b) Welche Sprache erzeugt  $G$ ?

**Aufgabe 4.** Geben Sie Kellerautomaten an, die die folgenden Sprachen akzeptieren.

(a)  $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

(b)  $\{a^{pn} b^{qn} \mid n \geq 0\}$  für feste  $p, q > 0$