

## Übungsblatt 6

**Aufgabe 1.** Betrachten Sie die folgende Aussage:

$$F = P(a) \wedge \forall x \left( \neg P(x) \vee (\neg P(s(x)) \wedge P(s(s(x)))) \right)$$

- Geben Sie ein Herbrand-Modell  $\mathcal{A}$  für  $F$  an. Beschreiben Sie  $\mathcal{A}$  in einfachen Worten.
- Berechnen Sie die Herbrand-Expansion  $E(G)$ , wobei  $G$  die Skolemform von  $F$  ist.
- Geben Sie ein (aussagenlogisches) Modell von  $E(G)$  an.

**Aufgabe 2.** Existieren erfüllbare Formeln, die kein endliches Modell besitzen? Dabei sollen die Formeln nicht das Prädikatensymbol  $=$ , sondern jeweils nur folgende Prädikaten-/Funktionssymbole enthalten:

- ein zweistelliges Prädikatensymbol  $R$ .
- ein einstelliges Prädikatensymbol  $P$ .
- ein einstelliges Funktionssymbol  $f$ .

**Aufgabe 3.** Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

- Eine Formel ist genau dann erfüllbar, wenn sie ein Herbrand-Modell besitzt.
- Jede Formel ist äquivalent zu ihrer Skolemform.
- In der Prädikatenlogik mit Gleichheit gibt es unendlich viele paarweise nicht äquivalente Formeln (über einer festen Menge von Prädikaten- und Funktionssymbolen).