

## Übungsblatt 8

**Aufgabe 1.** Beweisen Sie im prädikatenlogischen Resolutionskalkül die folgende Aussage:

$$\forall xP(a, x), \forall x\forall y(P(x, y) \rightarrow (P(x, s(y)) \wedge P(s(x), s(y)))) \models P(s(a), s^2(a))$$

**Aufgabe 2.** Welche der folgenden Entscheidungsprobleme sind entscheidbar, welche sind semi-entscheidbar?

- Gegeben eine prädikatenlogische Formel  $F$  mit einem einstelligem Prädikatsymbol, ohne Gleichheit und ohne Funktionssymbole, ist  $F$  erfüllbar?
- Gegeben zwei prädikatenlogische Formeln  $F, G$ , ist jede zu  $F$  und  $G$  passende Struktur Modell genau einer der beiden Formeln?
- Gegeben eine prädikatenlogische Formel  $F$  in Pränexform ohne Allquantoren, ist  $F$  erfüllbar?
- Gegeben eine prädikatenlogische Formel ohne Allquantoren, besitzt  $F$  ein Modell, aber kein endliches?
- Gegeben eine prädikatenlogische Formel  $F$ , existiert eine Formel  $G$  mit  $F \equiv G$  und  $|G| < |F|$ ? ( $|F|$  ist die Anzahl der Teilformeln von  $F$ )

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie mithilfe des Endlichkeitssatzes der Prädikatenlogik, dass die Klasse der endlichen Strukturen nicht axiomatisierbar ist, d.h. es existiert keine Formelmengemenge  $M$  mit

$$\mathcal{A} \models M \iff U_{\mathcal{A}} \text{ ist endlich.}$$