

Übungsblatt 11

Aufgabe 1. Betrachten Sie die Struktur (\mathbb{N}, \leq) .

- Zeigen Sie, dass (\mathbb{N}, \leq) automatisch präsentierbar ist.
- Überprüfen Sie, ob $(\mathbb{N}, \leq) \models \exists x \forall y (x \leq y)$ gilt, durch Anwendung des Satzes von Khoussainov und Nerode.
- Für welche Prädikate $P \subseteq \mathbb{N}$ ist die Struktur (\mathbb{N}, \leq, P) automatisch präsentierbar?

Aufgabe 2. Gegeben seien zwei abzählbare lineare Ordnungen ohne kleinstes und ohne größtes Element. Sind die Ordnungen isomorph?

Aufgabe 3.

- Zeigen Sie, dass Exponentiation arithmetisch definierbar ist, d.h. geben Sie eine Formel F über der Struktur $\mathcal{N} = (\mathbb{N}, +, \cdot, s, 0)$ mit freien Variablen x, y, z an, so dass für alle $a, b, c \geq 1$ gilt:

$$\mathcal{N}_{[x/a, y/b, z/c]} \models F \iff a^b = c.$$

Verwenden Sie dazu Gödels β -Funktion.

- Formulieren Sie über \mathcal{N} den großen fermatschen Satz und das Collatz-Problem.