

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Wir schreiben Y^X für die Menge aller Funktionen $X \rightarrow Y$. Seien A, B und C beliebige Mengen.

- Zeigen Sie, dass $C^{A \times B}$ und C^{B^A} bijektiv aufeinander abgebildet werden können.
- Zeigen Sie, dass $C^{A \cup B}$ und $C^A \times C^B$ bijektiv aufeinander abgebildet werden können, falls $A \cap B = \emptyset$.
- Zeigen Sie, dass A und $\{0, 1\}^A$ nicht bijektiv aufeinander abgebildet werden können.

Aufgabe 2. Die Menge aller Ausdrücke **Pexp** in Präfixnotation ist definiert als:

$$a ::= n \mid X \mid +a_1 a_2 \mid \cdot a_1 a_2$$

wobei $n \in \mathbb{N}$ und $X \in \mathbb{V}$. Definieren Sie induktiv eine Funktion **Aexp** \rightarrow **Pexp**, die Infixausdrücke in äquivalente Präfixausdrücke verwandelt.

Aufgabe 3. In der Sprache IMP können wir auf boolesche Ausdrücke verzichten, indem wir **false** mit $0 \in \mathbb{N}$ und **true** mit $1 \in \mathbb{N}$ identifizieren. Definieren Sie eine Funktion $arith : \mathbf{Bexp} \rightarrow \mathbf{Aexp}$ induktiv so, dass für alle Speicherbelegungen σ und alle $b \in \mathbf{Bexp}$ gilt:

$$\begin{aligned}(b, \sigma) \rightarrow \mathbf{true} &\Rightarrow (arith(b), \sigma) \rightarrow 1 \\(b, \sigma) \rightarrow \mathbf{false} &\Rightarrow (arith(b), \sigma) \rightarrow 0\end{aligned}$$

Beginnen Sie mit der Definition von $arith(a_1 = a_2)$ und achten Sie darauf, dass $n - m = 0$, falls $n \leq m$.