

## Übungsblatt 3

**Aufgabe 1.** Sei  $(X, \leq)$  eine partielle Ordnung und  $Y \subseteq X$ . Ein Infimum oder größte untere Schranke für  $Y$  ist ein  $x \in X$  mit

$$\forall y \in Y : x \leq y \text{ und } \forall z \in X : (\forall y \in Y : z \leq y) \rightarrow z \leq x$$

Sei nun  $(X, \leq)$  ein vollständiger Verband und  $Y \subseteq X$ .

- Zeigen Sie, dass  $Y$  ein Infimum besitzt.
- Sei  $x \geq y$  gdw.  $y \leq x$ . Zeigen Sie, dass  $(X, \geq)$  ein vollständiger Verband ist.

**Aufgabe 2.** Sei  $(X, \leq)$  eine partielle Ordnung. Die partielle Ordnung  $\leq_l$  auf  $X^*$  sei folgendermaßen definiert. Seien  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$  und  $\bar{y} = (y_1, \dots, y_m)$ . Dann gilt  $\bar{x} \leq_l \bar{y}$ , wenn einer der folgenden Fälle eintritt:

- $\bar{x} = \bar{y}$
- es gibt ein  $i \leq \min(m, n)$  mit  $x_i < y_i$  und  $(x_1, \dots, x_{i-1}) = (y_1, \dots, y_{i-1})$

Zeigen Sie: Falls  $x$  und  $y$  mit  $x < y$  existieren, so ist  $\leq_l$  nicht wohlfundiert.