Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Compilerbau I
SS 2016

Übungsblatt 13

Aufgabe 1 Sei $G = (\{id, +, (,)\}, \{E, E', T\}, P, E)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} E &\to TE' \\ E' &\to +TE' \mid \epsilon \\ T &\to (E) \mid id \end{aligned}$$

Die $First_1$-Mengen wurden bereits bestimmt als:

$$\begin{aligned} First_1(E) = First_1(T) &= \{id, (\} \\ First_1(E') &= \{+, \epsilon\} \end{aligned}$$

Berechnen Sie $Follow_1$ für alle Nichtterminale von G.

Lösung:

$$\begin{array}{crl}
0: & Follow_1(E) & \supseteq \{\epsilon\} \\
 & Follow_1(E') & \supseteq \varnothing \\
 & Follow_1(T) & \supseteq \varnothing \\
\hline
1: & Follow_1(E) & \supseteq \{\epsilon\} \cup First_1()) \odot_1 Follow_1(T) \\
 & & \supseteq \{\epsilon\} \cup \{)\} \odot_1 \varnothing = \{\epsilon\} \\
 & Follow_1(E') & \supseteq Follow_1(E) \cup Follow_1(E') \\
 & & \supseteq \{\epsilon\} \cup \varnothing = \{\epsilon\} \\
 & Follow_1(T) & \supseteq First_1(E') \odot_1 Follow_1(E) \cup First_1(E') \odot_1 Follow_1(E') \\
 & & \supseteq \{+, \epsilon\} \odot_1 \{\epsilon\} \cup \{+, \epsilon\} \odot_1 \varnothing = \{+, \epsilon\} \\
\hline
2: & Follow_1(E) & \supseteq \{\epsilon\} \cup First_1()) \odot_1 Follow_1(T) \\
 & & \supseteq \{\epsilon\} \cup \{)\} \odot_1 \{+, \epsilon\} = \{\epsilon,)\} \\
 & Follow_1(E') & \supseteq Follow_1(E) \cup Follow_1(E') \\
 & & \supseteq \{\epsilon\} \cup \{\epsilon\} = \{\epsilon\} \\
 & Follow_1(T) & \supseteq First_1(E') \odot_1 Follow_1(E) \cup First_1(E') \odot_1 Follow_1(E') \\
 & & \supseteq \{+, \epsilon\} \odot_1 \{\epsilon\} \cup \{+, \epsilon\} \odot_1 \{\epsilon\} = \{+, \epsilon\} \\
\hline
3: & Follow_1(E) & \supseteq \{\epsilon,)\} \\
 & Follow_1(E') & \supseteq Follow_1(E) \cup Follow_1(E') \\
 & & \supseteq \{\epsilon,)\} \cup \{\epsilon\} = \{\epsilon,)\} \\
 & Follow_1(T) & \supseteq First_1(E') \odot_1 Follow_1(E) \cup First_1(E') \odot_1 Follow_1(E') \\
 & & \supseteq \{+, \epsilon\} \odot_1 \{\epsilon,)\} \cup \{+, \epsilon\} \odot_1 \{\epsilon\} \\
 & & = \{+, \epsilon,)\} \\
\hline
\end{array}$$

Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} \mathit{Follow}_1(E) = \mathit{Follow}_1(E') &= \{\epsilon,)\} \\ \mathit{Follow}_1(T) &= \{+, \epsilon,)\} \end{aligned}$$

Aufgabe 2 Sei $G = (\{a, +, (,)\}, \{S, F\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} &S \to (S + F) \mid F \\ &F \to a \end{aligned}$$

Die First_1-Mengen wurden bereits bestimmt als:

$$\begin{aligned} \mathit{First}_1(S) &= \{(, a\} \\ \mathit{First}_1(F) &= \{a\} \end{aligned}$$

- Berechnen Sie Follow_1 für alle Nichtterminale von G.

  Lösung:

$$\begin{array}{lll} 0: & \mathit{Follow}_1(S) & \supseteq \{\epsilon\} \\ & \mathit{Follow}_1(F) & \supseteq \emptyset \\ \hline 1: & \mathit{Follow}_1(S) & \supseteq \{\epsilon\} \cup \mathit{First}_1(+F)) \odot_1 \mathit{Follow}_1(S) \\ & & \supseteq \{\epsilon\} \cup \{+\} \odot_1 \{\epsilon\} = \{\epsilon, +\} \\ & \mathit{Follow}_1(F) & \supseteq \mathit{First}_1()) \odot_1 \mathit{Follow}_1(S) \cup \mathit{Follow}_1(S) \\ & & \supseteq \{)\} \odot_1 \{\epsilon\} \cup \{\epsilon\} = \{\epsilon,)\} \\ \hline 2: & \mathit{Follow}_1(S) & \supseteq \{\epsilon\} \cup \mathit{First}_1(+F)) \odot_1 \mathit{Follow}_1(S) \\ & & \supseteq \{\epsilon, +\} \\ & \mathit{Follow}_1(F) & \supseteq \mathit{First}_1()) \odot_1 \mathit{Follow}_1(S) \cup \mathit{Follow}_1(S) \\ & & \supseteq \{)\} \odot_1 \{\epsilon, +\} \cup \{\epsilon, +\} = \{\epsilon, +,)\} \\ \hline \end{array}$$

  Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} \mathit{Follow}_1(S) &= \{\epsilon, +\} \\ \mathit{Follow}_1(F) &= \{\epsilon, +,)\} \end{aligned}$$

- Berechnen Sie die Vorausschautabelle für stark $LL(1)$.

  Lösung:
  Zu jeder Produktion $A \to \alpha \in P$ bestimmen wir $\mathit{First}_1(\alpha) \odot_1 \mathit{Follow}_1(A)$:

$$\begin{aligned} S \to (S + F) &: \mathit{First}_1((S + F)) \odot_1 \mathit{Follow}_1(S) = \{(\} \odot_1 \{\epsilon, +\} = \{(\} \\ S \to F &: \mathit{First}_1(F) \odot_1 \mathit{Follow}_1(S) = \{a\} \odot_1 \{\epsilon, +\} = \{a\} \\ F \to a &: \mathit{First}_1(a) \odot_1 \mathit{Follow}_1(F) = \{a\} \odot_1 \{\epsilon, +,)\} = \{a\} \end{aligned}$$

Damit ergibt sich folgende Vorausschautabelle für stark $LL(1)$:

	a	$+$	$($	$)$	ϵ
S	$S \to F$		$S \to (S+F)$		
F	$F \to a$				

Aufgabe 3 Sei $G = (\{a,b,c\}, \{A,B\}, P, A)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} A &\to Ba \mid Bb \\ B &\to \epsilon \mid c \end{aligned}$$

- Berechnen Sie First_1 für alle Nichtterminale von G.

  Lösung:

$$\begin{array}{lll} 0: & \mathit{First}_1(A) & \supseteq \varnothing \\ & \mathit{First}_1(B) & \supseteq \varnothing \\ \hline 1: & \mathit{First}_1(A) & \supseteq \mathit{First}_1(Ba) \cup \mathit{First}_1(Bb) \\ & & \supseteq \varnothing \odot_1 \{a\} \cup \varnothing \odot_1 \{b\} = \varnothing \\ & \mathit{First}_1(B) & \supseteq \mathit{First}_1(\epsilon) \cup \mathit{First}_1(c) \\ & & \supseteq \{\epsilon, c\} \\ \hline 2: & \mathit{First}_1(A) & \supseteq \mathit{First}_1(Ba) \cup \mathit{First}_1(Bb) \\ & & \supseteq \{\epsilon, c\} \odot_1 \{a\} \cup \{\epsilon, c\} \odot_1 \{b\} \\ & & = \{c, a\} \cup \{c, b\} = \{a, b, c\} \\ & \mathit{First}_1(B) & \supseteq \{\epsilon, c\} \\ \hline \end{array}$$

  Wir erhalten also:

$$\begin{aligned} \mathit{First}_1(A) &= \{a, b, c\} \\ \mathit{First}_1(B) &= \{\epsilon, c\} \end{aligned}$$

- Berechnen Sie Follow_1 für alle Nichtterminale von G.

  Lösung:

$$\begin{array}{lll} 0: & \mathit{Follow}_1(A) & \supseteq \{\epsilon\} \\ & \mathit{Follow}_1(B) & \supseteq \varnothing \\ \hline 1: & \mathit{Follow}_1(A) & \supseteq \{\epsilon\} \\ & \mathit{Follow}_1(B) & \supseteq \mathit{First}_1(a) \odot_1 \mathit{Follow}_1(A) \cup \mathit{First}_1(b) \odot_1 \mathit{Follow}_1(A) \\ & & \supseteq \{a\} \odot_1 \{\epsilon\} \cup \{b\} \odot_1 \{\epsilon\} \\ & & = \{a, b\} \\ \hline \end{array}$$

Wir erhalten also:

$$\begin{aligned} \mathit{Follow}_1(A) &= \{\epsilon\} \\ \mathit{Follow}_1(B) &= \{a, b\} \end{aligned}$$

- Die folgende, leicht abgeänderte stark $LL(1)$-Tabelle ist für jede Grammatik wohldefiniert, da sie alle Produktionen enthält, die gemäß des stark $LL(1)$-Kriteriums möglich sind: Zu einer Grammatik (Σ, N, P, S) sei die Tabelle $M_1 : N \times \Sigma^{\leq 1} \to \mathbb{P}(P)$ definiert als

  $$M_1(A, \alpha) = \{A \to \beta \mid \alpha \in \mathit{First}_1(\beta) \odot_1 \mathit{Follow}_1(A)\}.$$

  Berechnen Sie M_1 für G. Woran erkennen Sie, dass G keine stark $LL(1)$-Grammatik ist?

  Lösung:
  Zu jeder Produktion $A \to \alpha \in P$ bestimmen wir $\mathit{First}_1(\alpha) \odot_1 \mathit{Follow}_1(A)$:

  $$\begin{aligned} A \to Ba &: \mathit{First}_1(Ba) \odot_1 \mathit{Follow}_1(A) = \{c, \epsilon\} \odot_1 \{a\} \odot_1 \{\epsilon\} = \{a, c\} \\ A \to Bb &: \mathit{First}_1(Bb) \odot_1 \mathit{Follow}_1(A) = \{c, \epsilon\} \odot_1 \{b\} \odot_1 \{\epsilon\} = \{b, c\} \\ B \to c &: \mathit{First}_1(c) \odot_1 \mathit{Follow}_1(B) = \{c\} \odot_1 \{a, b\} = \{c\} \\ B \to \epsilon &: \mathit{First}_1(\epsilon) \odot_1 \mathit{Follow}_1(B) = \{\epsilon\} \odot_1 \{a, b\} = \{a, b\} \end{aligned}$$

  Damit ergibt sich folgende Vorausschautabelle für stark $LL(1)$:

	a	b	c	ϵ
A	$A \to Ba$	$A \to Bb$	$A \to Ba,\ A \to Bb$	
B	$B \to \epsilon$	$B \to \epsilon$	$B \to c$	

  Der Eintrag für (A, c) enthält zwei Elemente, also ist die Grammatik nicht stark $LL(1)$.

- Geben Sie eine Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$ so an, dass G' stark $LL(1)$ ist.

  Lösung:
  Es gilt, dass $L(G) = \{a, b, ca, cb\}$. Sei nun

  $$G' = (\{a, b, c\}, \{A', B'\}, P', A'),$$

wobei P' gegeben ist durch

$$\begin{aligned} A' &\to B' \mid cB' \\ B' &\to a \mid b \end{aligned}$$

Es gilt $L(G) = L(G')$ und G' ist stark $LL(1)$, denn für die Produktionen von A' erhalten wir

$$\begin{aligned} \mathit{First}_1(B') \odot_1 \mathit{Follow}_1(A') = \{a, b\} \\ \mathit{First}_1(cB') \odot_1 \mathit{Follow}_1(A') = \{c\} \end{aligned}$$

Aufgabe 4 (Wiederholung:) Reduzieren Sie die Grammatik

$$G = (\{a\}, \{A, B, C\}, P, A),$$

wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} A &\to Aa \mid a \\ B &\to AB \\ C &\to a \end{aligned}$$

Lösung:
Bestimmen produktiver Nichtterminale:

	$A \to Aa$	$A \to a$	$B \to AB$	$C \to a$	W	R
	1	0	2	0	$\{A \to a, C \to a\}$	$\varnothing$
$A \to a$	0	0	1	0	$\{A \to Aa, C \to a\}$	$\{A\}$
$A \to Aa$	0	0	1	0	$\{C \to a\}$	$\{A\}$
$C \to a$	0	0	1	0	$\varnothing$	$\{A, C\}$

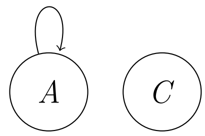
Nach dem Entfernen der nicht produktiven Nichtterminale erhalten wir:

$$G' = (\{a\}, \{A, C\}, P', A),$$

wobei P' gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} A &\to Aa \mid a \\ C &\to a \end{aligned}$$

Bestimmen der erreichbaren Nichtterminale:



Nur von A aus ist das Startsymbol erreichbar. Somit erhalten wir:

$$G'' = (\{a\}, \{A\}, P'', A),$$

wobei P'' gegeben ist durch:

$$A \to Aa \mid a$$