

Übungsblatt 5

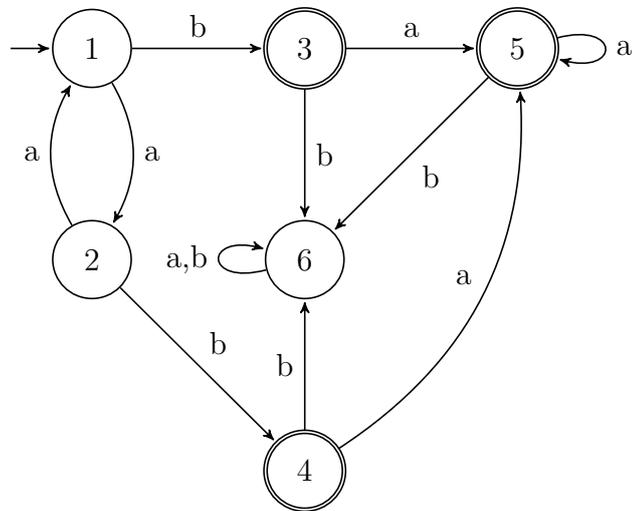
Aufgabe 1 Wiederholen Sie den DFA-Minimierungsalgorithmus aus dem GTI-Skript (Folie 165).

- (a) Gegeben sei ein DFA $A = (Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ und eine Klassifizierung $r: Q \rightarrow \mathbb{N}$. Beschreiben Sie, wie Sie den Algorithmus aus der GTI-Vorlesung erweitern müssen, damit \equiv_r berechnet wird.

Lösung:

Punkt 2 muss folgendermaßen geändert werden: Markiere alle Paare $\{z, z'\}$ mit $r(z) \neq r(z')$. Begründung: Damit trennt man initial auch die Zustände von F in die einzelnen F_i . In allen folgenden Schritten wird berücksichtigt, dass Zustände nicht erkenntungsäquivalent sind, wenn man durch Einlesen eines Wortes w in verschiedene F_i kommt.

- (b) Minimieren Sie folgenden DFA $(Q, \Sigma, \delta, I, F)$ gegeben durch



mit der Klassifizierung $r: Q \rightarrow \mathbb{N}$, wobei

$$r(3) = r(4) = 1,$$

$$r(5) = 2,$$

$$r(q) = 0 \text{ für } q \in Q \setminus F.$$

Lösung:

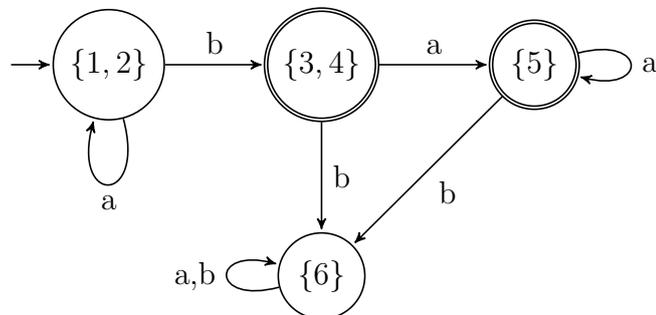
Wir erhalten folgende Tabelle:

2		-	-	-	-
3	1	1	-	-	-
4	1	1		-	-
5	1	1	1	1	-
6	2	3	1	1	1
	1	2	3	4	5

Die Schritte im Einzelnen sind:

- (1) Markiere alle Zustandspaare $\{z, z'\}$ mit $r(z) \neq r(z')$.
- (2) Markiere $\{1, 6\}$, weil $\delta(1, b) = 3$, $\delta(6, b) = 6$ und $\{3, 6\}$ markiert.
- (3) Markiere $\{2, 6\}$, weil $\delta(2, b) = 4$, $\delta(6, b) = 6$ und $\{4, 6\}$ markiert.

Es sind keine weiteren Schritte möglich. Damit sind 1 und 2, und 3 und 4 äquivalent und es ergibt sich der folgende Automat:



mit der Klassifizierung $r': Q \rightarrow \mathbb{N}$, wobei

$$\begin{aligned} r'(\{3, 4\}) &= 1, \\ r'(\{5\}) &= 2, \\ r'(\{1, 2\}) &= 0, \\ r'(\{6\}) &= 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 2 Gegeben sei folgende Übergangsfunktion eines DFAs:

	0	1	2	3	4	5
a	1	4	5	4	4	3
b	2	3	4	0	4	2

- (a) Wenden Sie das Displacement-Verfahren an, um eine Übergangstabelle mit nur einer Zeile zu erhalten. Geben Sie die displacement-Funktion sowie die resultierende Tabelle inklusive der valid-Zeile an. Was ist die kleinste Anzahl an Spalten, die Sie erreichen können?

Lösung:

Wir wählen Default = 4 und erhalten

	0	1	2	3	4	5
a	1		5			3
b	2	3		0		2

Dann verschieben wir die Zeile für a um 2 nach rechts und erhalten

	0	1	2	3	4	5	6	7
a			1		5			3
b	2	3		0		2		

Damit ergibt sich $\text{displacement}(a) = 2$, $\text{displacement}(b) = 0$ und

	0	1	2	3	4	5	6	7
A	2	3	1	0	5	2		3
valid	b	b	a	b	a	b		a

Wir erhalten 8 Spalten durch das Verschieben der Zeile für a . Die Zeile für b hingegen müsste man um mindestens 3 nach rechts verschieben, damit beide Zeilen übereinander passen, also würde man mindestens 9 Spalten erhalten.

- (b) Sei 0 der Startzustand des Automaten. Geben Sie die Konfigurationsfolge für die Eingabe $ababa$ an, indem Sie die Übergangsfunktion von Folie 78 verwenden.

Lösung:

Eine Konfiguration notieren wir als Paar bestehend aus dem aktuellen Zustand und dem Restwort.

Die Startkonfiguration ist $(0, ababa)$.

- Wegen $\text{displacement}(a) = 2$ schauen wir in Spalte $0 + 2 = 2$. Da $\text{valid}(2) = a$ und $A(2) = 1$, ist die nächste Konfiguration $(1, baba)$.
- Wegen $\text{displacement}(b) = 0$ schauen wir in Spalte $1 + 0 = 1$. Da $\text{valid}(1) = b$ und $A(1) = 3$, ist die nächste Konfiguration $(3, aba)$.
- Wegen $\text{displacement}(a) = 2$ schauen wir in Spalte $3 + 2 = 5$. Da $\text{valid}(5) = b$, müssen wir nach Default gehen. Also ist die nächste Konfiguration $(4, ba)$.
- Wegen $\text{displacement}(b) = 0$ schauen wir in Spalte $4 + 0 = 4$. Da $\text{valid}(4) = a$, müssen wir nach Default gehen. Also ist die nächste Konfiguration $(4, a)$.
- Wegen $\text{displacement}(a) = 2$ schauen wir in Spalte $4 + 2 = 6$. Da $\text{valid}(6)$ leer ist, müssen wir nach Default gehen. Also ist die nächste Konfiguration $(4, \varepsilon)$.