

## Übungsblatt 6

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet. Zu  $w = a_1 \cdots a_n \in \Sigma^n$ ,  $n \geq 0$ , sei  $w^R = a_n \cdots a_1$  das umgedrehte Wort. Für  $L \subseteq \Sigma^*$  schreiben wir  $L^R = \{w^R \in \Sigma^* \mid w \in L\}$ .

**Aufgabe 1** Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, +, *\}, P, S),$$

wobei  $P$  gegeben ist durch

$$S \rightarrow SS+ \mid SS* \mid a.$$

Sei  $w = aa + a*$ .

- (a) Geben Sie zu  $w$  alle Syntaxbäume an.
- (b) Geben Sie alle Links- und Rechtsableitungen an.

**Aufgabe 2** Geben Sie kontextfreie Grammatiken zu folgenden Sprachen an:

- (a)  $L_1 = \{w c w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (b)  $L_2 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = w^R\}$
- (c)  $L_3 = \{a^m b^{2m} \mid m \in \mathbb{N}\}$
- (d)  $L_4 = \{a^m b^{m+n} c^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$
- (e)  $L_5 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i = j \vee j = k\}$

**Aufgabe 3** Seien  $L_1 \subseteq \Sigma_1^*$  und  $L_2 \subseteq \Sigma_2^*$  kontextfreie Sprachen. Zeigen Sie, dass folgende Sprachen kontextfrei sind:

- (a)  $L_1 \cup L_2$
- (b)  $L_1 \circ L_2$
- (c)  $L_1^R$

**Aufgabe 4** Sei  $G$  die erste Grammatik von Folie 94 des Skripts, also  $G = (\{E\}, \{\text{name, int, +, *, (, )}\}, P, E)$  mit

$$P = \{E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \text{name} \mid \text{int}\}$$

Zeigen Sie, dass diese in der Tat nicht eindeutig ist.