

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Reduzieren Sie folgende Grammatiken, falls möglich:

Lösung:

Wir führen jeweils zunächst den Algorithmus zum Entfernen nicht produktiver Nichtterminale durch. Dieser hat für jede Produktion einen Counter, der zählt, wie viele Nichtterminale auf ihrer rechten Seite *noch nicht* als produktiv erkannt wurden. Beim Initialisieren (erste Zeile) ist dies einfach die Anzahl der verschiedenen Nichtterminale, die auf der rechten Seite vorkommen. Alle Produktionen, die hier eine 0 erhalten, werden in W , das Working-Set, aufgenommen. Das Result-Set R ist zu Anfang leer. Für jeden weiteren Schritt wählen wir eine Produktion $A \rightarrow \alpha$ aus W . Falls A schon in R ist, geschieht nichts. Falls A noch nicht in R ist, haben wir zum ersten Mal A als produktiv erkannt. Wir müssen dann alle Produktionen durchgehen, die A auf der rechten Seite haben, und ihren Counter eins runter zählen. Landet dieser dabei auf 0, so wird die Produktion in W aufgenommen. Wir fügen außerdem noch A in R ein. Der Algorithmus endet, wenn W leer ist.

Zum Entfernen nicht erreichbarer Nichtterminale zeichnen wir den Erreichbarkeitsgraphen. Dieser hat die Nichtterminale als Knoten und eine Kante von B nach A , wenn es eine Produktion $A \rightarrow \alpha B \beta$ gibt. (In gewissem Sinne gehen die Pfeile also in die andere Richtung.) Es werden dann alle Knoten entfernt, von denen es keinen Weg zum Startsymbol gibt.

(a) $G_1 = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P_1, S)$, wobei P_1 gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid C \\ C &\rightarrow a \\ A &\rightarrow C \\ B &\rightarrow Da \\ D &\rightarrow Bb \end{aligned}$$

Lösung:

Entfernen nicht produktiver Nichtterminale:

| | $S \rightarrow AB$ | $S \rightarrow C$ | $C \rightarrow a$ | $A \rightarrow C$ | $B \rightarrow Da$ | $D \rightarrow Bb$ | W | R |
|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--|---------------|
| | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | $\{C \rightarrow a\}$ | \emptyset |
| $C \rightarrow a$ | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | $\{S \rightarrow C, A \rightarrow C\}$ | $\{C\}$ |
| $S \rightarrow C$ | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | $\{A \rightarrow C\}$ | $\{C, S\}$ |
| $A \rightarrow C$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | \emptyset | $\{C, S, A\}$ |

Grammatik nach dem Entfernen nicht produktiver Nichtterminale:

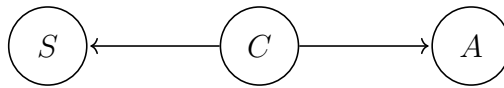
$G'_1 = (\{S, A, C\}, \{a, b\}, P'_1, S)$, wobei P'_1 gegeben ist durch:

$$S \rightarrow C$$

$$C \rightarrow a$$

$$A \rightarrow C$$

Erreichbarkeitsgraph:



Grammatik nach dem Entfernen nicht erreichbarer Nichtterminale:

$G''_1 = (\{S, C\}, \{a, b\}, P''_1, S)$, wobei P''_1 gegeben ist durch:

$$S \rightarrow C$$

$$C \rightarrow a$$

(b) $G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, c\}, P_2, S)$, wobei P_2 gegeben ist durch:

$$S \rightarrow SA$$

$$A \rightarrow AC \mid a$$

$$B \rightarrow SAC$$

$$C \rightarrow c$$

Lösung:

Entfernen nicht produktiver Nichtterminale:

| | $S \rightarrow SA$ | $A \rightarrow AC$ | $A \rightarrow a$ | $B \rightarrow SAC$ | $C \rightarrow c$ | W | R |
|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|---------------------|-------------------|--|-------------|
| | 2 | 2 | 0 | 3 | 0 | $\{A \rightarrow a, C \rightarrow c\}$ | \emptyset |
| $A \rightarrow a$ | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | $\{C \rightarrow c\}$ | $\{A\}$ |
| $C \rightarrow c$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | $\{A \rightarrow AC\}$ | $\{A, C\}$ |
| $A \rightarrow AC$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | \emptyset | $\{A, C\}$ |

Das Startsymbol S ist nicht produktiv, also gilt $\mathcal{L}(G_2) = \emptyset$. Das heißt, wir können diese Grammatik nicht reduzieren.

(c) $G_3 = (\{S, A, B, C\}, \{a\}, P_3, S)$, wobei P_3 gegeben ist durch:

$$S \rightarrow AB \mid a$$

$$A \rightarrow a$$

$$C \rightarrow SA$$

Lösung:

Entfernen nicht produktiver Nichtterminale:

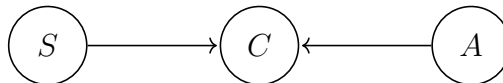
| | $S \rightarrow AB$ | $S \rightarrow a$ | $A \rightarrow a$ | $C \rightarrow SA$ | W | R |
|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--|---------------|
| | 2 | 0 | 0 | 2 | $\{S \rightarrow a, A \rightarrow a\}$ | \emptyset |
| $S \rightarrow a$ | 2 | 0 | 0 | 1 | $\{A \rightarrow a\}$ | $\{S\}$ |
| $A \rightarrow a$ | 1 | 0 | 0 | 0 | $\{C \rightarrow SA\}$ | $\{S, A\}$ |
| $C \rightarrow SA$ | 1 | 0 | 0 | 0 | \emptyset | $\{S, A, C\}$ |

Grammatik nach dem Entfernen nicht produktiver Nichtterminale:

$G'_3 = (\{S, A, C\}, \{a\}, P'_3, S)$, wobei P'_3 gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow a \\ A &\rightarrow a \\ C &\rightarrow SA \end{aligned}$$

Erreichbarkeitsgraph:



Grammatik nach dem Entfernen nicht erreichbarer Nichtterminale:

$G''_3 = (\{S\}, \{a\}, P''_3, S)$, wobei P''_3 gegeben ist durch:

$$S \rightarrow a$$

(d) $G_4 = (\{A, B, C\}, \{a, b\}, P_4, A)$, wobei P_4 gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow AAB \mid a \mid b \\ B &\rightarrow BBBC \\ C &\rightarrow a \end{aligned}$$

Lösung:

Entfernen nicht produktiver Nichtterminale:

| | $A \rightarrow AAB$ | $A \rightarrow a$ | $A \rightarrow b$ | $B \rightarrow BBBC$ | $C \rightarrow a$ | W | R |
|-------------------|---------------------|-------------------|-------------------|----------------------|-------------------|---|-------------|
| | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | $\{A \rightarrow a, A \rightarrow b, C \rightarrow a\}$ | \emptyset |
| $A \rightarrow a$ | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | $\{A \rightarrow b, C \rightarrow a\}$ | $\{A\}$ |
| $A \rightarrow b$ | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | $\{C \rightarrow a\}$ | $\{A\}$ |
| $C \rightarrow a$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | \emptyset | $\{A, C\}$ |

Grammatik nach dem Entfernen nicht produktiver Nichtterminale:

$G'_4 = (\{A, C\}, \{a, b\}, P'_4, A)$, wobei P'_4 gegeben ist durch:

$$A \rightarrow a \mid b$$

$$C \rightarrow a$$

Erreichbarkeitsgraph:



Grammatik nach dem Entfernen nicht erreichbarer Nichtterminale:

$G''_4 = (\{A\}, \{a, b\}, P''_4, A)$, wobei P''_4 gegeben ist durch:

$$A \rightarrow a \mid b$$