Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey und Eric Nöth

Algorithmen
WS 2013/2014

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (Matrixmultiplikation nach Strassen)**.** Führen Sie das folgende Matrixprodukt mit Hilfe Strassens Algorithmus durch.

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2.

1. Zeichnen Sie die achten Einheitswurzeln von $\mathbb{C}$ auf den Einheitskreis. Welche sind primitive zweite Einheitswurzeln, welche primitive vierte Einheitswurzeln und welche primitive achte Einheitswurzeln?

2. Weisen Sie nach, dass $\omega = 4$ eine primitive vierte Einheitswurzel in $\mathbb{Z}_{17}$ ist (dabei ist $\mathbb{Z}_{17}$ der Körper mit 17 Elementen, der sich ergibt, wenn in $\mathbb{Z}$ Addition und Multiplikation modulo 17 definiert werden. Siehe beispielsweise Vorlesung *Diskrete Mathematik für Informatiker* von Hannes Diener).

3. Für eine $n$te Einheitswurzel ω ist ihre *Vandermonde*-Matrix $V(\omega)$ definiert als

$$V(\omega) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 & \dots & \omega^{n-1} \\ 1 & \omega^2 & \omega^4 & \dots & \omega^{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega^{n-1} & \omega^{2(n-1)} & \dots & \omega^{(n-1)^2} \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Vandermonde-Matrix und ihr Inverses für eine primitive vierte Einheitswurzel des Körpers $\mathbb{C}$ und für eine des Körpers $\mathbb{Z}_{17}$.

Aufgabe 3 (Diskrete Fouriertransformation)**.**

1. Berechnen Sie die diskrete Fouriertransformation für die Polynome $f(x) = 4x^3 - x^2 + 1$ und $g(x) = 3x^2 + 2x + 2$. einmal im Körper $\mathbb{C}$ und einmal im Körper $\mathbb{Z}_{17}$. Verwenden Sie für mindestens eine Transformation die FFT.

2. Berechnen Sie $x + 2 \cdot 2x - 1$ mithilfe der Fouriertransformation.