

## Übungsblatt 8

**Aufgabe 1** (Matroide). Sei  $E = \{1, 2, 3\}$ . Welche der folgenden Mengensysteme bilden ein Matroid?

1.  $(E, U_1)$  mit  $U_1 = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
2.  $(E, U_2)$  mit  $U_2 = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 3\}\}$
3.  $(E, U_3)$  mit  $U_3 = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 3\}\}$
4.  $(E, U_4)$  mit  $U_4 = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

**Aufgabe 2** (Union-Find). Gegeben sei die folgende Partition der Zahlen  $1, \dots, 12$  (das kanonische Element ist jeweils markiert):

$$\begin{aligned} &\{\mathbf{2}, 1, 7, 12\}, \\ &\{\mathbf{4}, 3, 11, 9\}, \\ &\{\mathbf{6}\}, \\ &\{\mathbf{5}, 8, 10\} \end{aligned}$$

Führen Sie nacheinander die folgenden Operationen durch:

1. find(8) 2. make(13) 3. union(2, 6) 4. union(13, 4) 5. find(11)

Bei union( $a, b$ ) wird  $a$  das neue kanonische Element.

**Aufgabe 3** (Mengenpartition). Sei  $A$  eine fünfelementrige Menge. Wie viele verschiedene Partitionen der Menge  $A$  in  $k$  Teilmengen gibt es (für  $k = 1, \dots, 5$ )?

**Anmerkung.** Diese Zahlen sind auch als Stirlingzahlen zweiter Ordnung bekannt und werden mit  $\left\{ \begin{smallmatrix} n \\ k \end{smallmatrix} \right\}$  notiert (wobei  $n$  die Größe der Menge ist und  $k$  die Anzahl der Partitionen).