

## Übungsblatt 6

**Aufgabe 1.** Zeichnen Sie die folgenden Graphen planar:

- (a)  $K_4$
- (b)  $K_{2,4}$
- (c)  $C_5$
- (d)  $P_5$

**Aufgabe 2.** Gegeben ein ungerichteter Graph

$$G = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 4)\}).$$

- (a) Zeichnen Sie  $G$ .
- (b) Bestimmen Sie  $G \setminus \{3\}$
- (c) Bestimmen Sie  $G \setminus \{(1, 2)\}$
- (d) Bestimmen Sie  $G[1, 2, 5]$
- (e) Geben Sie die Nachbarschaft der Knoten 2 und 4 an!
- (f) Geben Sie den Grad aller Knoten an!
- (g) Bestimmen Sie einen Weg der Länge 3 vom Knoten 1 zum Knoten 3.
- (h) Ist  $G$  zusammenhängend?
- (i) Ist  $G$  bipartit?
- (j) Ist  $G$  planar? (Geben sie ggf. eine planare Zeichnung an!)
- (k) Ist  $G$  ein Baum?

**Aufgabe 3.** Beweisen Sie, dass jeder ungerichtete Graph  $G = (V, E)$  ( $|V| \geq 2$ ) mindestens 2 Knoten mit gleichem Grad hat!

**Aufgabe 4.** Wieviele Graphen mit  $n$  Knoten gibt es?

**Aufgabe 5.** Gegeben ein zusammenhängender Graph mit 9 Knoten (alle vom Grad  $k$ ) und 11 Facetten. Bestimmen Sie  $k$  (Eulers Formel)!

**Aufgabe 6.** Beweisen Sie: Wenn  $G$  ein zusammenhängender Graph ist, dann gibt es einen Spannbaum von  $G$ , der alle Knoten enthält.

**Aufgabe 7.** Beweisen Sie:  $C_n$  ist bipartit genau dann wenn  $n$  gerade ist.

**Aufgabe 8.** Zeigen Sie, dass ein Baum  $B = (V, E)$  mit  $|V| \geq 4$  und  $\forall v \in V : \text{grad}(v) \neq 2$  immer einen Knoten  $v_0 \in V$  besitzt, der zu mindestens zwei Blättern benachbart ist.