Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Diskrete Mathematik für Informatiker
WS 2014/2015

Übungsblatt 14

Aufgabe 1. Sei f_n die n-te Fibonacci-Zahl. Zeigen Sie die folgenden Identitäten:

- $F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$ für $n \geq 2$
- $\sum_{i=1}^{n}(-1)^{i-1}F_i = (-1)^{n-1}F_{n-1} + 1$ für $n \geq 2$

Aufgabe 2. Sie möchten 50 Treppenstufen erklimmen und sind in der Lage entweder eine oder zwei Treppenstufen gleichzeitig zu nehmen. Auf wieviele verschiedene Arten können Sie alle 50 Stufen hinaufgelangen?

Aufgabe 3. Beweisen oder widerlegen Sie: Für einen Ring $(R, +, \cdot)$ gilt:

- $\forall a \in R : a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$
- $\forall a, b \in R : ab = 0 \Rightarrow (a = 0 \text{ oder } b = 0)$
- $\forall a \in R : -a = (-1) \cdot a$

Aufgabe 4.

- Zeigen Sie dass $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ mit der kompenentenweisen Addition und Multiplikation einen Ring, aber keinen Körper bildet.
- Zeigen Sie, dass $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ mit der komponentenweisen Addition und folgender Multiplikation einen Körper bildet: $(a, b) \times (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$

Aufgabe 5. Zeigen Sie für die zwei Polynome $p_1(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ und $p_2(x) = b_2x^2 + b_1x + b_0$ mit $a_2, b_2 \neq 0$, dass $(p_1(x) + p_2(x))(k) = p_1(x)(k) + p_2(x)(k)$ und $(p_1(x) \cdot p_2(x))(k) = p_1(x)(k) \cdot p_2(x)(k)$.

Aufgabe 6. Es sei X eine beliebige Menge. Für die Potenzmenge 2^X von X definieren wir $R = (2^X, +, \cdot)$, wobei $A + B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ und $A \cdot B = A \cap B$. Zeigen Sie, dass A ein Ring ist mit $A + A = 0$ und $A \cdot A = A$ für alle $A \subset X$.