

Diskrete Mathematik für Informatiker

Tutorium WS 14/15

Übungsblatt 1

Aufgabe 1

Geben Sie für jede der folgenden Funktionen an, ob diese injektiv und/oder surjektiv ist. Begründen Sie ihre Antwort.

- $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ mit $f(x) = x^2$
- $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ mit $g(x) = \sqrt{x}$
- $h : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ mit $h(x) = \cos(x)$

Aufgabe 2

Sind die folgenden Relationen 1. symmetrisch, 2. reflexiv und 3. transitiv?

- $R_1 = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a + b = 0\}$
- $R_2 = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a^2 = b^2\}$
- $R_3 = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a + b \equiv 0 \pmod{2}\}$
- $R_4 = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a + b \equiv 1 \pmod{2}\}$

Aufgabe 3

Geben Sie zur Relation

$$R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e)\}$$

auf $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ jeweils die reflexive, symmetrische und transitive Hülle an.

Aufgabe 4

Zeigen Sie jeweils durch vollständige Induktion:

- $\sum_{i=1}^n (-1)^{(i-1)} i^2 = (-1)^{(n-1)} \frac{n(n+1)}{2}$
- Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $n^3 - n$ durch 3 teilbar
- Sei f_n die n -te Fibonaccizahl. Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$f_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$