

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (Vertex-Cover). Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Teilmenge $C \subseteq V$ ist eine *Knotenüberdeckung* von G , falls für jede Kante $\{u, v\} \in E$ gilt: $\{u, v\} \cap C \neq \emptyset$. Angenommen, es gäbe einen Algorithmus, der, gegeben einen ungerichteten Graph G und eine natürliche Zahl k , in Polynomialzeit entscheiden kann, ob eine Knotenüberdeckung von G mit maximal k Knoten existiert. Zeigen Sie, dass es dann einen Algorithmus gäbe, der in Polynomialzeit eine minimale Knotenüberdeckung von G finden kann.

Aufgabe 2 (Nondeterministic Logspace). Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *stark zusammenhängend*, falls es für alle paarweise verschiedenen Knoten v_i, v_j einen gerichteten Pfad von v_i nach v_j gibt.

Gehört das Problem

Eingabe: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$.

Frage: Ist G stark zusammenhängend?

zur Komplexitätsklasse **NL**?

Aufgabe 3 (Deterministic Logspace). Gehört das Problem

Eingabe: Eine natürliche Zahl N in *unärer* Kodierung.

Frage: Ist N eine Primzahl?

zur Komplexitätsklasse **L**?

Aufgabe 4 (Satz von Savitch). Ermitteln Sie die Laufzeit des Algorithmus auf Folie 35. Berechnen Sie also den Zeitmehraufwand, der benötigt wird, um eine nichtdeterministische Turingmaschine mit nur quadratischen Platzmehraufwand deterministisch zu simulieren.

Zur Erinnerung: Der Satz von Savitch besagt, dass für Funktionen $s \in \Omega(\log n)$ gilt, dass $\text{NSPACE}(s) \subseteq \text{DSPACE}(s^2)$ ist.