Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey und Eric Nöth

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (Platz/Zeitkonstruierbarkeit)**.**

1. Ist die Summation zweier platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
2. Ist das Produkt platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
3. Sei $p(x) \in \mathbb{N}[x]$ ein Polynom mit nichtnegativen Koeffizienten. Zeigen Sie, dass $p(x)$ platz- und zeitkonstruierbar ist.
4. Ist die Verkettung platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?

Aufgabe 2 (Platzhierarhie)**.** Beweisen Sie Lemma 12.1 des Buches *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation* von J. Hopcroft und J. Ullman:
Lemma Sei $s(n) \in \Omega(\log n)$.
Falls die Sprache L von einer $s(n)$-platzbeschränkten Turingmaschine akzeptiert wird, dann wird L auch von einer $s(n)$-platzbeschränkten Turingmaschine akzeptiert, die für alle Eingaben terminiert.
Tipp: Statten Sie die Turingmaschine mit einem Zähler aus.

Aufgabe 3 (Zeithierarchiesatz)**.** Beweisen Sie Satz 12 aus der Vorlesung:
Satz Seien $t_1, t_2 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ Funktionen, $t_1 \cdot \log(t_1) \notin \Omega(t_2)$, $t_2 \in \Omega(n \log n)$ und sei t_2 zeitkonstruierbar. Dann gilt $\mathrm{DTIME}(t_2) \setminus \mathrm{DTIME}(t_1) \neq \varnothing$.

Aufgabe 4 (Nondeterministic Logspace)**.** Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *azyklisch*, falls es keine Folge paarweise verschiedener, durch Kanten verbundener Knoten $v_1, \ldots, v_n$ gibt mit $v_1 = v_n$ (beispielsweise ist jeder Baum azyklisch).
Gehört das Problem
Eingabe: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$.
Frage: Ist G azyklisch?
zur Komplexitätsklasse **NL**?