Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey und Eric Nöth

Übungsblatt 6

Aufgabe 1 (Konjunktive Normalform). Es sei $F = C_1 \wedge C_2 \wedge \cdots \wedge C_m$ eine aussagenlogische Formel, $F \in$ 3KNF mit der Einschränkung, dass in keiner Klausel eine Variable doppelt vorkommt. Beweisen Sie die folgende Aussage: Es gibt eine Belegung der Variablen von F, so dass mindestens 7/8 der Klauseln von F erfüllt sind.
Hinweis. Definieren Sie zunächst für eine Belegung der Variablen σ die Funktionen $\chi_i(F, \sigma)$:

$$\chi_i(F,\sigma) = \begin{cases} 0 & \text{falls } C_i \text{ falsch bei Belegung } \sigma \\ 1 & \text{falls } C_i \text{ wahr bei Belegung } \sigma \end{cases}$$

Berechnen Sie dann den Erwartungswert der Funktion $X = \sum_{i=1}^{m} \chi_i(F, \sigma)$.

Aufgabe 2 (PARTITION). Betrachten Sie das Problem PARTITION:
Gegeben: Eine endliche Menge A und eine Größenfunktion: $s(a) : A \to \mathbb{Z}^+$, die jedem Element aus A eine Größe zuordnet. Die Werte der Funktion $s(a)$ sind binär kodiert.
Gesucht: Gibt es eine Teilmenge $A' \subset A$ mit der Eigenschaft, dass

$$\sum_{a \in A'} s(a) = \sum_{a \in A \setminus A'} s(a)$$

ist?

1. Zeigen Sie, dass PARTITION NP-vollständig ist.

2. Zeigen Sie mit einem *Dynamischen Programmieren*-Ansatz, dass PARTITION in Polynomialzeit gelöst werden kann, falls die Werte der Größenfunktion $s(a)$ unär kodiert sind.

Aufgabe 3. Geben Sie eine Reduktion von 2COLORABILITY auf 2SAT an.