Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey und Eric Nöth

Übungsblatt 8

Aufgabe 1 (Symmetrische Differenz)**.** Für Mengen L und K ist

$$L \Delta K = K \setminus L \cup L \setminus K$$

die symmetrische Differenz der Mengen L und K. Zeigen Sie: Ist $L \in \mathcal{C}$ in einer Komplexitätsklasse $\mathcal{C}$, welche unter Logspace-Reduktionen abgeschlossen ist, und die symmetrische Differenz zur Menge K endlich, so ist auch $K \in \mathcal{C}$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass es zu jeder Sprache $L \in \mathbf{P}$ eine polynomielle Familie $C = (C_n)_{n \geq 0}$ von Schaltkreisen gibt mit $L = L(C)$ (Vorlesung Folie 186).

Aufgabe 3. Sei $F(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n)$ eine Boolesche Formel in $2n$ Variablen. Wir definieren den folgenden gerichteten Graphen $G_F = (V, E)$:

- $V = \{0,1\}^n$
- $E = \{(\bar{a}, \bar{b}) \mid \bar{a}, \bar{b} \in \{0,1\}^n, F(\bar{a}, \bar{b}) = 1\}$

1. Zeichnen Sie die Graphen G_{F_1} und G_{F_2} für

$$F_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)$$
$$F_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4).$$

2. Zeigen Sie, dass das folgende Problem PSPACE-vollständig ist:
Input Eine Boolesche Formel $F(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n)$ und $\bar{s}, \bar{t} \in \{0,1\}^n$.
Frage Gibt es in G_F einen Pfad von $\bar{s}$ nach $\bar{t}$?