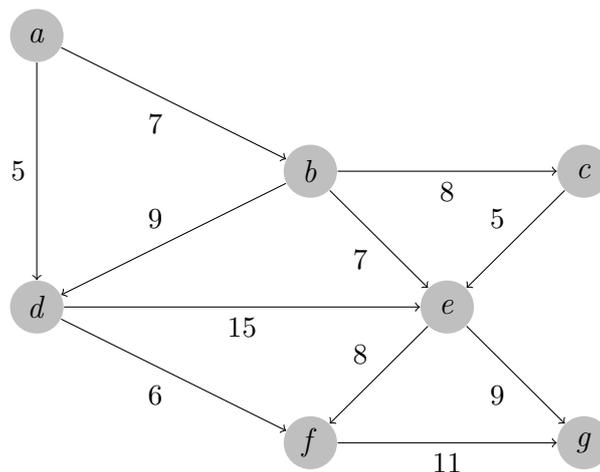


Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Suchen Sie auf dem folgenden gewichteten Graphen alle kürzesten Pfade von a zu den restlichen Knoten (Dijkstras Algorithmus) und einen minimalen Spannbaum auf dem zugrundeliegenden ungerichteten Graph (Kruskals Algorithmus; ignorieren Sie also die Orientierung für diesen Fall).



Aufgabe 2 (Fibonacci). Sei f_n die n -te Fibonacci-Zahl. Zeigen Sie, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\phi^n}{f_n} = \sqrt{5}$, wobei $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ der goldene Schnitt ist.

Hinweis. Zeigen Sie per Induktion die *Formel von Moivre-Binet*:

$$f_n = \frac{\phi^n - \psi^n}{\phi - \psi}$$

wobei $\psi = 1 - \phi = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Aufgabe 3 (Fibonacci-Heap). Sei H ein Fibonacci-Heap wie in Abbildung 1. Führen Sie nacheinander folgende Operationen durch:
 • delete-min, • decrease-key(52, 9), • decrease-key(46, 3), • insert(42), • delete-min, • decrease-key(35, 7).

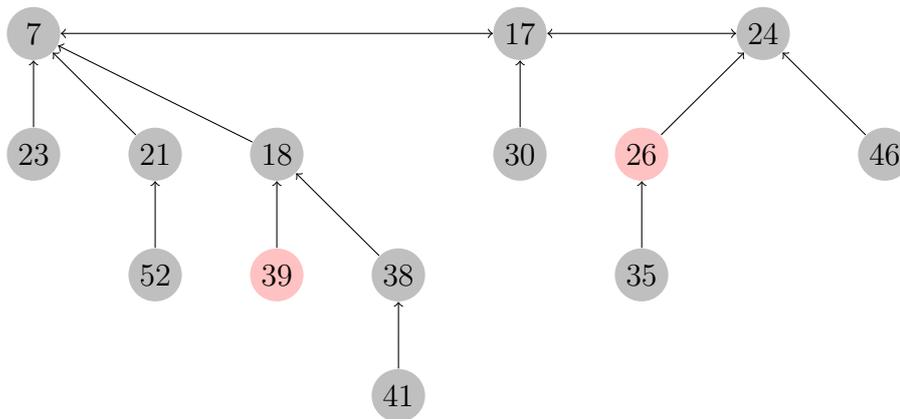


Abbildung 1: Ein Graph.