

Übungsblatt 4

Aufgabe 1. Überführen Sie die folgenden Formeln in KNF und DNF:

- a) $(A \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg B \wedge \neg C)$
- b) $(B \rightarrow \neg A) \wedge ((A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow (A \vee C))$

Aufgabe 2. Zu jeder aussagenlogischen Formel existieren äquivalente Formeln in konjunktiver und disjunktiver Normalform, die jedoch exponentiell größer als die Ausgangsformel sein können. Die *Länge* einer Formel F in DNF ist die Anzahl der Konjunktionsterme in F .

Die Formeln F_n sind durch die folgende rekursive Definition gegeben:

$$F_1 = \neg A_1, \quad F_{n+1} = F_n \leftrightarrow \neg A_{n+1}$$

- a) Die Formel F_n enthält nur Negation und den Äquivalenzoperator. Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Assoziativitätseigenschaft von $\leftrightarrow$:

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$$

- b) Geben Sie F_4 und alle Modelle von F_4 an.
- c) Wieviele Modelle hat F_n ? (mit Beweis)
- d) Zeigen Sie, dass jede zu F_n äquivalente Formel in DNF mindestens Länge 2^{n-1} hat.

Aufgabe 3. Zeigen Sie die folgenden Behauptungen durch geeignetes Anwenden des Markierungsalgorithmus.

- a) Die folgende Formel ist erfüllbar:

$$(1 \rightarrow A) \wedge (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \wedge (A \wedge B \wedge C \rightarrow D) \\ \wedge (D \wedge E \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow 0)$$

- b) Die folgende Formel ist gültig:

$$(A \wedge D \wedge \neg I) \vee (B \wedge \neg D \wedge E) \vee (\neg A \wedge B \wedge C \wedge H) \vee (\neg E \wedge F) \\ \vee (\neg C \wedge F) \vee (G \wedge \neg H) \vee \neg B \vee \neg F \vee \neg G \vee I$$

- c) $B \wedge D \rightarrow A, B \wedge G \rightarrow F, A \wedge C \wedge F \rightarrow E, B, D \models E \vee \neg G \vee (\neg C \wedge D)$