Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

1. Wenn $F_1, \ldots, F_k \models F$ gilt, dann gilt auch $F_i \models F$ für ein $i \in \{1, \ldots, k\}$.
2. Jede Formel, die nur aus atomaren Formeln, $\vee$ und $\wedge$ aufgebaut ist, ist erfüllbar.
3. Zu jeder Formel existiert eine äquivalente Formel, die nur aus atomaren Formeln und dem Operator NAND besteht:

A	B	NAND(A, B)
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

4. Gilt für beliebige Formeln F_1, F_2 und eine atomare Formel A die folgende Aussage?
$$(F_1 \vee A) \wedge (F_2 \vee \neg A) \equiv F_1 \vee F_2$$
Wenn nicht, gilt eine der Implikationsrichtungen?
5. Sei F eine Formel in KNF. Angenommen $|\mathrm{Res}^i(F)| = k$, dann gilt
$$k \leq |\mathrm{Res}^{i+1}(F)| \leq k + k^2.$$

Aufgabe 2. Überprüfen Sie mit dem Resolutionsverfahren, ob die folgenden Klauselmengen erfüllbar sind.

a) $\big\{\{A, B, C\}, \{\neg A, \neg B, \neg C\}, \{A, \neg B\}, \{B, \neg C\}, \{\neg A, C\}\big\}$

b) $\big\{\{A, \neg B\}, \{\neg A, \neg C\}, \{\neg A, C, D\}, \{\neg D\}, \{B, D\}\big\}$

c) $\big\{\{A, C\}, \{B\}, \{\neg C\}, \{A, \neg B, D\}, \{A, \neg C, \neg D\}\big\}$

Aufgabe 3. Wir modifizieren den Begriff der Resolvente: Eine Klausel R heißt *Resolvente* von Klauseln K_1 und K_2, falls Literale L_1, L_2 existieren mit $L_1, L_2 \in K_1$ und $\overline{L}_1, \overline{L}_2 \in K_2$, so dass
$$R = (K_1 \setminus \{L_1, L_2\}) \cup (K_2 \setminus \{\overline{L}_1, \overline{L}_2\}).$$
Ist der so definierte Resolutionskalkül korrekt? Ist er vollständig?