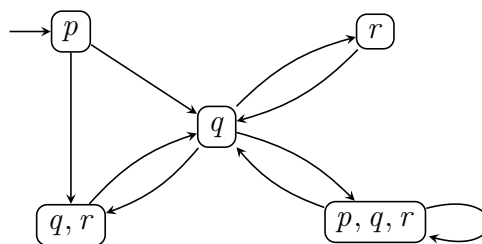


Übungsblatt 4

Aufgabe 1. Betrachten Sie den folgenden Transitionsgraphen T und den Knoten v (mit dem eingehenden Pfeil markiert).



Für welche der folgenden CTL-Formeln φ gilt $(T, v) \models \varphi$?

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------------|--|
| (a) $\exists F \exists G r$ | (c) $\forall F \forall X r$ | (e) $\exists G (q \vee \forall (p \cup q))$ |
| (b) $\forall F \exists G r$ | (d) $\forall X \exists (q \cup p)$ | (f) $\forall X \exists G \forall F (\neg q)$ |

Aufgabe 2. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Äquivalenzen für beliebige CTL-Formeln φ, ψ :

- (a) $\forall F \exists G \varphi \equiv \forall G \exists F \varphi$
 (b) $\forall (\varphi \cup \psi) \equiv \psi \vee (\varphi \wedge \forall X \forall (\varphi \cup \psi))$
 (c) $\neg \forall (\varphi \cup \psi) \equiv \exists (\varphi \cup \neg \psi)$

Aufgabe 3. Gegeben sei die CTL-Formel

$$\varphi = \forall X (\forall (\neg p \cup (q \wedge \neg r)) \vee \exists G \forall X p).$$

- (a) Konstruieren Sie eine zu φ äquivalente existentielle CTL-Formel ψ .
 (b) Zeichnen Sie die DAG-Repräsentation von ψ .

Aufgabe 4 (★). Betrachten Sie das klassische *Wolf-Schaf-Kohlkopf-Problem*:

Ein Bauer möchte mit einem Wolf, einem Schaf und einem Kohlkopf einen Fluss überqueren. Zur Verfügung steht ein Boot, das von dem Bauern gesteuert werden kann, jedoch kann er höchstens ein Tier oder den Kohlkopf mitnehmen. Lässt er den Wolf mit dem Schaf alleine, würde der eine den anderen fressen. Genauso darf er nicht das Schaf mit dem Kohlkopf alleine lassen.

Wie kann der Bauer mit den Tieren und dem Kohlkopf den Fluss überqueren, ohne dass jemand zu Schaden kommt?

- (a) Modellieren Sie das “System” als Transitionsgraph über einer geeigneten Propositionenmenge, wobei Sie “kritische” Zustände nicht ausschließen müssen. (Sie brauchen nicht den Graphen explizit darzustellen, es genügt eine Definition des Graphen.)
- (b) Geben Sie eine CTL-Formel an, die die Existenz einer Lösung ausdrückt.