Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Model Checking
WS 2015/16

Übungsblatt 6

Aufgabe 1. Konstruieren Sie für die folgenden Booleschen Funktionen den minimalen OBDD bzgl. der Variablenordnung $<$.

(a) $f = (\neg x_1 \leftrightarrow \neg x_2) \leftrightarrow (\neg x_3 \leftrightarrow \neg x_4)$ mit $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

(b) $g = (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$ mit $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

(c) $g = (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$ mit $x_1 < x_3 < x_2 < x_4$

Aufgabe 2. Geben Sie eine Familie von Booleschen Funktionen $\{f_n\}_{n\geq 1}$ an, so dass für jedes $n \geq 1$ Variablenordnungen $<_{\min}$ und $<_{\max}$ existieren, wobei

- der minimale OBDD bzgl. $<_{\min}$ für f_n Größe $O(n)$ hat,
- der minimale OBDD bzgl. $<_{\max}$ für f_n Größe $2^{\Omega(n)}$ hat.

Hinweis: Folie 115

Aufgabe 3. Gegeben sei eine Boolesche Funktion f über den Variablen $x_1, \ldots, x_n$ und die Variablenordnung $x_1 < \cdots < x_n$. Beweisen Sie, dass der minimale OBDD bzgl. $<$ für f Größe $O(2^n/n)$ hat.

Hinweis: Partitionieren Sie die Knotenmenge in zwei Hälften. Die obere (untere) Hälfte enthält Knoten, die mit einer Variable x_i mit $1 \leq i \leq n-k$ ($n-k < i \leq n$) beschriftet sind, wobei $k = \lfloor \log_2(n) - \varepsilon \rfloor$. Schätzen Sie die Größe der unteren Hälfte mit Lemma 28 ab.