Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Welche der folgenden Quasiordnungen sind Wohlquasiordnungen?

(a) $(\mathbb{N}, |)$, wobei $|$ die Teilbarkeitsrelation ist

(b) $(\mathbb{N}^\omega, \leq)$, wobei $(a_1, a_2, \dots) \leq (b_1, b_2, \dots)$ gilt, wenn $a_i \leq b_i$ für alle $i \geq 1$

(c) $(\{a, b\}^*, \leq_{\mathsf{pre}})$, wobei $u \leq_{\mathsf{pre}} v$ gilt, wenn u Präfix von v ist

(d) $(\{a, b\}^*, \leq_{\mathsf{lex}})$, wobei $u \leq_{\mathsf{lex}} v$ gilt, wenn $u \leq_{\mathsf{pre}} v$ oder (es existieren $x, y, z \in \{a, b\}^*$ mit $u = xay$ und $v = xbz$)

(e) $(\{a, b\}^*, \leq_{\mathsf{llex}})$, wobei $u \leq_{\mathsf{llex}} v$ gilt, wenn $|u| < |v|$ oder ($|u| = |v|$ und $u \leq_{\mathsf{lex}} v$)

(f) Die Teilgraphrelation auf der Menge der endlichen Graphen

Aufgabe 2. Eine Menge $B \subseteq A$ in einer Quasiordnung $(A, \leq)$ heißt *Antikette*, wenn für alle $a, b \in B$ mit $a \neq b$ gilt $a \not\leq b \not\leq a$. Zeigen Sie, dass in $(\mathbb{N}^k, \leq)$ für $k \geq 2$ beliebig lange Antiketten existieren.

Aufgabe 3. Sei Σ ein endliches Alphabet und $\preceq$ die Teilwortrelation auf Σ^*, d.h. $u \preceq v$, wenn $u = a_1 \cdots a_n$ und $v \in \Sigma^* a_1 \Sigma^* a_2 \cdots \Sigma^* a_n \Sigma^*$. Es ist bekannt, dass $(\Sigma^*, \preceq)$ eine Wohlquasiordnung ist (Higman, 1952).

(a) Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine beliebige Sprache. Zeigen Sie, dass $\uparrow L$ regulär ist.

(b) Gegeben sei ein endlicher Automat für eine reguläre Sprache $L \subseteq \Sigma^*$. Wie kann man einen endlichen Automaten berechnen, der $\uparrow L$ erkennt?