Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (Vertex-Cover)**.** Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Teilmenge $C \subseteq V$ ist eine *Knotenüberdeckung* von G, falls für jede Kante $\{u, v\} \in E$ gilt: $\{u, v\} \cap C \neq \varnothing$. Angenommen, es gäbe einen Algorithmus, der, gegeben einen ungerichteten Graph G und eine natürliche Zahl k, in Polynomialzeit entscheiden kann, ob eine Knotenüberdeckung von G mit maximal k Knoten existiert. Zeigen Sie, dass es dann einen Algorithmus gäbe, der in Polynomialzeit eine minimale Knotenüberdeckung von G finden kann.

Aufgabe 2 (Nondeterministic Logspace)**.** Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *stark zusammenhängend*, falls es für alle paarweise verschiedenen Knoten v_i, v_j einen gerichteten Pfad von v_i nach v_j gibt.
Gehört das Problem
Eingabe: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$.
Frage: Ist G stark zusammenhängend?
zur Komplexitätsklasse **NL**?

Aufgabe 3 (Deterministic Logspace)**.** Gehört das Problem
Eingabe: Eine natürliche Zahl N in *unärer* Kodierung.
Frage: Ist N eine Primzahl?
zur Komplexitätsklasse **L**?

Aufgabe 4 (Satz von Savitch)**.** Ermitteln Sie die Laufzeit des Algorithmus auf Folie 35. Berechnen Sie also den Zeitmehraufwand, der benötigt wird, um eine nichtdeterministische Turingmaschine mit nur quadratischen Platzmehraufwand deterministisch zu simulieren.
Zur Erinnerung: Der Satz von Savitch besagt, dass für Funktionen $s(n) \in \Omega(\log n)$ gilt, dass $\mathrm{NSPACE}(s(n)) \subseteq \mathrm{DSPACE}(s^2(n))$ ist.