

## Übungsblatt 3

### Aufgabe 1 (Platz-/Zeitkonstruierbarkeit).

1. Ist die Summation zweier platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
2. Ist das Produkt platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
3. Sei  $p(x) \in \mathbb{N}[x]$  ein Polynom mit nichtnegativen Koeffizienten. Zeigen Sie, dass  $p(x)$  platz- und zeitkonstruierbar ist.
4. Ist die Verkettung platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?

**Aufgabe 2** (Platzhierarchie). Beweisen Sie Lemma 12.1 des Buches *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation* von J. Hopcroft und J. Ullman:

**Lemma** Sei  $s(n) \geq \log_2(n)$ . Falls die Sprache  $L$  von einer  $s(n)$ - platzbeschränkten Turingmaschine akzeptiert wird, dann wird  $L$  auch von einer  $s(n)$ - platzbeschränkten Turingmaschine akzeptiert, die für alle Eingaben terminiert.

Tipp: Statten Sie die Turingmaschine mit einem Zähler aus.

**Aufgabe 3** (Nondeterministic Logspace). Ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$  heißt *azyklisch*, falls es keine Folge paarweise verschiedener, durch Kanten verbundener Knoten  $v_1, \dots, v_n$  gibt mit  $v_1 = v_n$  (beispielsweise ist jeder Baum azyklisch).

Gehört das Problem

**Eingabe:** Ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$ .

**Frage:** Ist  $G$  azyklisch?

zur Komplexitätsklasse **NL**?

**Aufgabe 4.** Sei  $f(n) = n^k$ . Zeigen Sie für  $L \neq \Sigma^*$  und  $L \neq \emptyset$ :

$$\text{Pad}_f(L) \leq_m^{\log} L$$