

Übungsblatt 6

Aufgabe 1. Ein Hamiltonkreis ist ein Pfad in einem Graphen G von einem Knoten v zurück zu v , so dass jeder Knoten des Graphen genau einmal besucht wird. Wir definieren zuerst das Problem HC (Hamiltonkreis) wie folgt:

- **Eingabe:** Ein ungerichtet Graph $G = (V, E)$.
- **Problem:** Enthält G einen Hamiltonkreis?

Zusätzlich definieren wir das entsprechende Problem in gerichteten Graphen DHC:

- **Eingabe:** Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$.
- **Problem:** Enthält G einen Hamiltonkreis?

Zeigen Sie, dass beide Probleme gleichschwer sind, d.h. reduzieren Sie die Probleme aufeinander. Beweisen Sie außerdem, dass beide Probleme NP-vollständig sind.

Aufgabe 2 (Konjunktive Normalform). Es sei $F = C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_m$ eine aussagenlogische Formel, $F \in 3KNF$ mit der Einschränkung, dass in keiner Klausel eine Variable doppelt vorkommt. Beweisen Sie die folgende Aussage: Es gibt eine Belegung der Variablen von F , so dass mindestens $7/8$ der Klauseln von F erfüllt sind.

Hinweis. Definieren Sie zunächst für eine Belegung der Variablen σ die Funktionen $\chi_i(F, \sigma)$:

$$\chi_i(F, \sigma) = \begin{cases} 0 & \text{falls } C_i \text{ falsch bei Belegung } \sigma \\ 1 & \text{falls } C_i \text{ wahr bei Belegung } \sigma \end{cases}$$

Berechnen Sie dann den Erwartungswert der Funktion $X = \sum_{i=1}^m \chi_i(F, \sigma)$.