

## Übungsblatt 7

**Aufgabe 1.** Geben Sie eine Reduktion von 2COLORABILITY auf 2SAT an.

**Aufgabe 2 (HORNSAT).** Eine *Horn-Klausel* ist eine Klausel, die höchstens ein positives Literal besitzt. Eine *Horn-Formel* ist eine Konjunktion von Horn-Klauseln.

Zeigen Sie, dass das folgende Problem HORNSAT **P**-vollständig ist.

**Eingabe:** Eine Horn-Formel  $\phi$ .

**Frage:** Ist  $\phi$  erfüllbar?

**Aufgabe 3.** Betrachten Sie für  $d \geq 2$  die algebraische Struktur  $(\mathbb{Z}_d, +_d, \cdot_d)$ , wobei

- $\mathbb{Z}_d = \{0, 1, \dots, d-1\}$ ,
- $a +_d b := (a + b) \bmod d$ ,
- $a \cdot_d b := (a \cdot b) \bmod d$ .

Ein Circuit über  $(\mathbb{Z}_d, +_d, \cdot_d)$  ist definiert wie ein boolescher Circuit, wobei

- an Stelle von  $\wedge, \vee$  und  $\neg$  die Operatoren  $+_d$  und  $\cdot_d$  verwendet werden,
- an Stelle der Wahrheitswerte 0 und 1 die Elemente von  $\mathbb{Z}_d$  verwendet werden.

Circuit Value (CV) über  $(\mathbb{Z}_d, +_d, \cdot_d)$  ist nun das folgende Problem:

**Eingabe:** Ein Circuit  $C$  über  $(\mathbb{Z}_d, +_d, \cdot_d)$  und ein Element  $a \in \mathbb{Z}_d$ .

**Frage:** Wertet sich das Ausgangsgatter von  $C$  zu  $a$  aus?

Zeigen Sie, dass CV über  $(\mathbb{Z}_d, +_d, \cdot_d)$  **P**-vollständig ist für alle  $d \geq 2$ .