

Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Beweisen oder widerlegen Sie die Erfüllbarkeit der folgenden Formeln und Formelmengen:

(a) $A \wedge B \wedge \neg A$

(b) $A \vee B \vee \neg A$

(c) $A \wedge (B \vee \neg A)$

(d) $A \vee (B \wedge \neg A)$

(e) $(A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg C \vee D) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg D) \wedge (A \vee C \vee D)$

(f) $(A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee C)$

(g) $\{\bigvee_{i=1}^n \bigwedge_{j=1}^n L_{i,j} \mid n \in \mathbb{N}\}$, wobei $L_{i,j} = \begin{cases} A_j, & \text{wenn } i = j, \\ \neg A_j, & \text{wenn } i \neq j \end{cases}$

Aufgabe 2

Beweisen Sie: Eine Formel F ist genau dann gültig, wenn $\neg F$ unerfüllbar ist.

Aufgabe 3

Wahr oder falsch? Begründen Sie ihre Antwort!

(a) Wenn $F \vee G$ erfüllbar ist, dann ist auch F erfüllbar.

(b) Wenn $F \wedge G$ erfüllbar ist, dann ist auch F erfüllbar.

(c) Wenn $F \rightarrow G$ gültig ist, dann ist G erfüllbar.

(d) Wenn $F \leftrightarrow G$ erfüllbar ist, dann ist $F \leftrightarrow G$ auch gültig.

(e) Wenn $F \wedge G$ unerfüllbar ist, dann ist F unerfüllbar oder G unerfüllbar.

(f) Wenn $F \vee G$ gültig ist, dann ist F erfüllbar oder G erfüllbar.