

## Übungsblatt 3

### Aufgabe 1

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für beliebige Formeln  $F, G$ :

- (a) Wenn  $\neg F$  erfüllbar ist, dann ist  $F$  unerfüllbar.
- (b) Wenn  $F$  unerfüllbar ist, dann ist  $\neg F$  erfüllbar.
- (c) Wenn  $F$  und  $G$  gültig sind, dann gilt  $F \equiv G$ .
- (d) Wenn  $F$  und  $G$  erfüllbar sind, dann gilt  $F \equiv G$ .
- (e) Wenn  $F$  und  $G$  unerfüllbar sind, dann gilt  $F \equiv G$ .
- (f) Wenn  $F$  erfüllbar und  $G$  gültig ist, dann gilt  $F \equiv G$  oder  $\neg F$  ist erfüllbar.

### Aufgabe 2

Zeigen Sie die folgenden Äquivalenzen mit Hilfe der Äquivalenzregeln aus der Vorlesung (siehe Folien 64–65):

- (a)  $A \vee B \equiv ((\neg A) \rightarrow (A \wedge C)) \vee ((C \vee B) \wedge B) \vee B$
- (b)  $\neg A \wedge B \wedge C \equiv \neg A \wedge ((C \wedge D) \vee (C \wedge \neg D)) \wedge (A \vee B)$
- (c)  $A \wedge \neg(B \vee (C \wedge \neg D)) \equiv (\neg A \vee B \vee C) \rightarrow \neg(A \wedge D \rightarrow B)$

### Aufgabe 3

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für beliebige Formeln  $F, G, H$ :

- (a) Wenn  $F \equiv G$  gilt, dann müssen  $F$  und  $G$  die gleichen atomaren Formeln enthalten.
- (b)  $(F \rightarrow G) \rightarrow H \equiv F \rightarrow (G \rightarrow H)$ .
- (c) Aus  $F \equiv G \vee H$  folgt  $F \equiv G$  oder  $F \equiv H$ .
- (d) Aus  $F \rightarrow G \equiv G \rightarrow F$  folgt  $F \equiv G$ .
- (e) Angenommen  $F, G \models H$  und  $F, H \models G$  und  $G, H \models F$ . Dann sind alle drei Formeln äquivalent zueinander.

### Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass über den atomaren Formeln  $A_1, \dots, A_n$  genau  $2^{2^n}$  Formeln existieren, die paarweise nicht äquivalent sind.