

Übungsblatt 4

Aufgabe 1

Gegeben sind folgende Wahrheitstabellen.

A	B	C	F_1	F_2	F_3
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

Geben Sie möglichst kurze Formeln F_1, F_2, F_3 an, die die obigen Wahrheitstabellen realisieren. Verwenden Sie nur die booleschen Operatoren \wedge, \vee und \neg .

Aufgabe 2

Gegeben eine Sprache L über einem Alphabet Σ . Wir definieren folgende binäre Relation \sim_L auf Σ^* :

$$u \sim_L v \quad \text{gdw.} \quad \forall x, y \in \Sigma^* : xuy \in L \iff xvy \in L$$

- (a) Beweisen Sie, dass \sim_L eine Äquivalenzrelation ist.
- (b) Zeigen Sie, dass \sim_L eine Kongruenzrelation bezüglich der Konkatenation ist, d.h.

$$u \sim_L v \text{ und } u' \sim_L v' \text{ impliziert } uu' \sim_L vv'$$

für all $u, v \in \Sigma^*$.

Aufgabe 3

Betrachten Sie *Einsteins Rätsel*: Fünf Häuser stehen nebeneinander. In ihnen wohnen Menschen von fünf unterschiedlichen Nationalitäten, die fünf unterschiedliche Getränke trinken, fünf unterschiedliche Zigarettenmarken rauchen und fünf unterschiedliche Haustiere haben.

1. Der Brite lebt im roten Haus.
2. Der Schwede hält sich einen Hund.
3. Der Däne trinkt gern Tee.

4. Das grüne Haus steht (direkt) links neben dem weißen Haus.
 5. Der Besitzer des grünen Hauses trinkt Kaffee.
 6. Die Person, die Pall Mall raucht, hat einen Vogel.
 7. Der Mann im mittleren Haus trinkt Milch.
 8. Der Bewohner des gelben Hauses raucht Dunhill.
 9. Der Norweger lebt im ersten Haus.
 10. Der Marlboro-Raucher wohnt neben der Person mit der Katze.
 11. Der Mann mit dem Pferd lebt neben der Person, die Dunhill raucht.
 12. Der Winfield-Raucher trinkt gern Bier.
 13. Der Norweger wohnt neben dem blauen Haus.
 14. Der Deutsche raucht Rothmanns.
 15. Der Marlboro-Raucher hat einen Nachbarn, der Wasser trinkt.
- (a) Formalisieren Sie die Bedingungen als aussagenlogische Formel F mit geeigneten atomaren Formeln.
- (b) Das Originalrätsel fragt, wem das nicht genannte Tier (der Fisch) gehört. Wie können Sie diese Frage in Begriffen der Aussagenlogik beantworten?
- (c) Bonus: Lösen Sie das Rätsel.