

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

Zeigen Sie die folgenden Behauptungen durch geeignetes Anwenden des Markierungsalgorithmus.

(a) Die folgende Formel ist erfüllbar:

$$(1 \rightarrow A) \wedge (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \wedge (A \wedge B \wedge C \rightarrow D) \\ \wedge (D \wedge E \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow 0)$$

(b) Die folgende Formel ist gültig:

$$(A \wedge D \wedge \neg I) \vee (B \wedge \neg D \wedge E) \vee (\neg A \wedge B \wedge C \wedge H) \vee (\neg E \wedge F) \\ \vee (\neg C \wedge F) \vee (G \wedge \neg H) \vee \neg B \vee \neg F \vee \neg G \vee I$$

(c) $B \wedge D \rightarrow A, B \wedge G \rightarrow F, A \wedge C \wedge F \rightarrow E, B, D \models E \vee \neg G \vee (\neg C \wedge D)$

Aufgabe 2

Wir betrachten Formeln in 2-KNF, d.h. jede Klausel enthält höchstens zwei Literale. Geben Sie einen effizienten (Polynomialzeit) Algorithmus an, der auf Unerfüllbarkeit testet.

Aufgabe 3

Berechnen Sie $\text{Res}^i(F)$ für $i = 0, 1, \dots$ für die Formel F mit Klauselmenge

$$\{\{A, \neg B\}, \{A, B, \neg C\}, \{B, C\}, \{\neg A, \neg C\}\}.$$

Was ist die kleinste Zahl n , so dass $\text{Res}^n(F) = \text{Res}^*(F)$?

Aufgabe 4

Wir modifizieren den Begriff der Resolvente: Eine Klausel R heißt *Resolvente* von Klauseln K_1 und K_2 , falls Literale L_1, L_2 existieren mit $L_1, L_2 \in K_1$ und $\bar{L}_1, \bar{L}_2 \in K_2$, so dass

$$R = (K_1 \setminus \{L_1, L_2\}) \cup (K_2 \setminus \{\bar{L}_1, \bar{L}_2\}).$$

Ist der so definierte Resolutionskalkül korrekt? Ist er vollständig?