

## Übungsblatt 8

### Aufgabe 1

Sind die folgenden prädikatenlogischen Formeln erfüllbar, unerfüllbar oder gültig? Geben Sie ein Modell an, falls die Formel erfüllbar ist. Begründen Sie Ihre Antwort im Falle der Gültigkeit / Unerfüllbarkeit.

(a)  $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$

(b)  $\forall x (R(x, y) \wedge f(x) = y)$

(c)  $\exists x P(f(x, g(x))) \wedge \forall x \neg P(f(x, x))$

(d)  $\exists y \forall x R(x, y) \rightarrow \forall x \exists y R(x, y)$

(e)  $\forall y \exists x (f(x) = y) \wedge \exists x \exists y (x \neq y \wedge f(x) = f(y))$

(f)  $\forall x R(x, x) \wedge \forall x \forall y (x \neq y \rightarrow S(x, y)) \wedge \forall x \forall y (S(x, y) \rightarrow R(x, y)) \wedge \neg R(x, y)$

(g)  $\forall x (f(g(x)) = x) \wedge \exists x (g(f(x)) \neq x)$

### Aufgabe 2

Gegeben die Formeln

1.  $\exists x P(x) \vee \forall x Q(x, x)$

2.  $\exists x (P(x) \vee Q(x, x))$

3.  $\forall x (\exists z P(z) \vee \exists y Q(x, y))$

Beweisen oder widerlegen Sie:

• 1.  $\models$  2., 2.  $\models$  1.

• 1.  $\models$  3., 3.  $\models$  1.

• 2.  $\models$  3., 3.  $\models$  2.

### Aufgabe 3

Seien  $F, G$  beliebige prädikatenlogische Formeln. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a)  $\exists x F \vee \exists x G \equiv \exists x (F \vee G)$

(b)  $\exists x F \wedge \exists x G \equiv \exists x (F \wedge G)$