

## Übungsblatt 9

**Aufgabe 1.** Gegeben sei das Vektoradditionssystem

$$S = \{((2, 0), (1, 1)), ((2, 2), (4, 1))\}.$$

- (a) Skizzieren Sie den Transitionsgraphen  $T(S)$ .
- (b) Bestimmen Sie  $\text{suc}_{T(S)}^*((4, 0))$ .

**Aufgabe 2.** Wir betrachten eine Erweiterung von Vektoradditionssystemen. Ein  $k$ -dimensionales *Vektoradditionssystem mit Zuständen* (kurz:  $k$ -VASS) ist eine endliche Menge  $S \subseteq Q \times \mathbb{N}^k \times \mathbb{N}^k \times Q$ , wobei  $Q$  eine endliche Menge von Zuständen ist. Es definiert den Transitionsgraphen  $T(S) = (Q \times \mathbb{N}^k, \Rightarrow_S)$ , wobei

$$(p, u) \Rightarrow_S (q, v) \iff \exists(p, \ell, r, q) \in S : (\ell \leq u \text{ und } v = u - \ell + r).$$

- (a) Definieren Sie auf  $Q \times \mathbb{N}^k$  eine WQO  $\leq$ , so dass  $\leq$  aufwärts-kompatibel mit  $\Rightarrow_S$  ist.
- (b) Konstruieren Sie aus einem Vektoradditionssystem mit Zuständen  $S$  ein normales Vektoradditionssystem, welches  $S$  auf natürliche Weise simuliert.

**Aufgabe 3.**

- (a) Konstruieren Sie ein Vektoradditionssystem  $S$ , so dass

$$(a, b) \Rightarrow_S^* (c, 0) \iff a + b = c.$$

- (b) Konstruieren Sie ein 2-VASS  $S$ , so dass Zustände  $p, q$  existieren mit

$$(p, (a, 0)) \Rightarrow_S^* (q, (b, 0)) \iff b \leq 2a.$$

- (c) Konstruieren Sie ein 3-VASS  $S$ , so dass Zustände  $p, q$  existieren mit

$$(p, (a, 1, 0)) \Rightarrow_S^* (q, (0, b, 0)) \iff b \leq 2^a.$$