

## Übungsblatt 10

**Aufgabe 1.** Gegeben sei das Vektoradditionssystem

$$S = \{((2, 0), (1, 1)), ((2, 2), (4, 1))\}.$$

- (a) Berechnen Sie eine endliche Basis für  $\text{pre}^*(\uparrow v)$  wobei  $v = (0, 4)$ .
- (b) Lösen Sie das Überdeckungsproblem für  $u = (4, 0)$  und  $v = (0, 4)$ .
- (c) Berechnen Sie den Erreichbarkeitsbaum  $\text{RT}(v)$  für  $v = (5, 0)$ .
- (d) Entscheiden Sie, ob in  $v$  ein unendlicher Pfad beginnt.

**Aufgabe 2.** Sei  $T = (V, E)$  ein endlich verzweigender gerichteter Graph.

- (a) Für  $v \in V$  sei  $t(v) \in \mathbb{N} \cup \{\omega\}$  die maximale Länge eines in  $v$  beginnenden Pfades. Warum ist  $t(v)$  wohldefiniert?
- (b) Zeigen Sie, dass  $(V, E, \leq_T)$  ein WTG mit strikt starker Kompatibilität ist, wobei  $\leq_T$  durch  $u \leq_T v \iff t(u) \leq t(v)$  definiert ist.
- (c) Sei nun die Abbildung  $v \mapsto \text{suc}_T(v)$  berechenbar. Zeigen Sie, dass die WQO  $\leq_T$  genau dann entscheidbar ist, wenn  $\Omega = \{v \in V \mid t(v) = \omega\}$  entscheidbar ist.