

Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Gegeben sei das Vektoradditionssystem

$$S = \{((2, 0), (1, 1)), ((2, 2), (4, 1))\}.$$

- (a) Berechnen Sie eine endliche Basis für $\text{pre}^*(\uparrow v)$ wobei $v = (0, 4)$.
- (b) Lösen Sie das Überdeckungsproblem für $u = (4, 0)$ und $v = (0, 4)$.
- (c) Berechnen Sie den Erreichbarkeitsbaum $\text{RT}(v)$ für $v = (5, 0)$.
- (d) Entscheiden Sie, ob in v ein unendlicher Pfad beginnt.

Aufgabe 2. Sei $T = (V, E)$ ein endlich verzweigender gerichteter Graph.

- (a) Für $v \in V$ sei $t(v) \in \mathbb{N} \cup \{\omega\}$ die maximale Länge eines in v beginnenden Pfades. Warum ist $t(v)$ wohldefiniert?
- (b) Zeigen Sie, dass (V, E, \leq_T) ein WGTG mit strikt starker Kompatibilität ist, wobei \leq_T durch $u \leq_T v \iff t(u) \leq t(v)$ definiert ist.
- (c) Sei nun die Abbildung $v \mapsto \text{suc}_T(v)$ berechenbar. Zeigen Sie, dass die WQO \leq_T genau dann entscheidbar ist, wenn $\Omega = \{v \in V \mid t(v) = \omega\}$ entscheidbar ist.