

## Übungsblatt 3

**Aufgabe 1.** Seien

$$f_1(n) = n^2$$

$$f_2(n) = 2^n$$

$$f_3(n) = n!$$

Geben Sie Turingmaschinen an, die zeigen, dass die Funktionen  $f_1, f_2$  und  $f_3$  zeit- und platzkonstruierbar sind.

**Aufgabe 2.**

1. Ist die Summation zweier platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
2. Ist das Produkt platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
3. Sei  $p(x) \in \mathbb{N}[x]$  ein Polynom mit nicht negativen Koeffizienten. Zeigen Sie, dass  $p(x)$  platz- und zeitkonstruierbar ist.
4. Ist die Verkettung platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?

**Aufgabe 3** (Nondeterministic Logspace). Ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$  heißt *azyklisch*, falls es keine Folge paarweise verschiedener, durch Kanten verbundener Knoten  $v_1, \dots, v_n$  gibt mit  $v_1 = v_n$  (beispielsweise ist jeder Baum azyklisch).

Gehört das Problem

**Eingabe:** Ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$ .

**Frage:** Ist  $G$  azyklisch?

zur Komplexitätsklasse **NL**?

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie folgende Aussage mit Hilfe von Padding:  
Wenn  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ , dann gilt  $\mathbf{EXP} = \mathbf{NEXP}$ .