

Übungsblatt 9

Aufgabe 1 (Interaktive Socken). Alice hat eine rote Socke und eine grüne Socke. Bob hat eine Rot-Grün-Schwäche und glaubt Alice nicht, dass ihre Socken unterschiedliche Farben haben. Geben Sie ein interaktives Protokoll an, mit dem Alice Bob überzeugen kann, dass ihre Socken tatsächlich unterschiedliche Farben haben.

Definition. Eine Sprache L ist in der Klasse **PP** genau dann, wenn eine randomisierte Turingmaschine M mit folgenden Eigenschaften existiert:

- M läuft auf allen Eingaben in polynomieller Zeit.
- Wenn $x \in L$, dann wird x von M mit Wahrscheinlichkeit $> \frac{1}{2}$ akzeptiert.
- Wenn $x \notin L$, dann wird x von M mit Wahrscheinlichkeit $\leq \frac{1}{2}$ akzeptiert.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass wenn $L \in \mathbf{PP}$, dann auch $(\Sigma^* \setminus L) \in \mathbf{PP}$.

Aufgabe 3. MAJSAT enthält eine boolesche Formel $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ genau dann, wenn F in mehr als der Hälfte aller möglichen Belegungen erfüllt ist. Zeigen Sie, dass $\text{MAJSAT} \in \mathbf{PP}$.