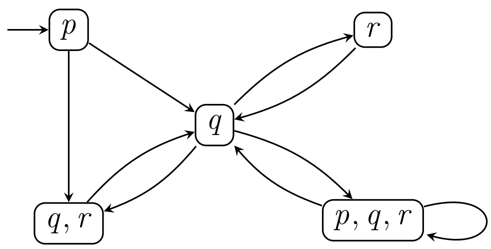
Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 2

Aufgabe 1. Betrachten Sie das folgende Transitionssystem T und den Knoten v (mit dem eingehenden Pfeil markiert).



Für welche der folgenden LTL-Formeln φ gilt $(T, v) \models \varphi$?

(a) $\mathsf{FG}r$

(b) $\mathsf{GF}r$

(c) $\mathsf{X}\neg r \to \mathsf{XX}r$

(d) $\mathsf{X}(q \,\mathsf{R}\, p)$

(e) $p \,\mathsf{U}\, \mathsf{G}(q \vee r)$

(f) $(\mathsf{XX}q) \,\mathsf{U}\, (q \vee r)$

Aufgabe 2. Geben Sie Büchiautomaten an, die die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ erkennen.

(a) $\{w \in \Sigma^\omega \mid w$ enthält aa oder bb unendlich oft als Teilwort$\}$

(b) $\{w \in \Sigma^\omega \mid w$ enthält ac, ba und cb nicht als Teilwörter$\}$

(c) $\{w \in \Sigma^\omega \mid w$ enthält a unendlich oft $\iff$ w enthält b unendlich oft$\}$

(d) $\{w \in \Sigma^\omega \mid w$ enthält aba nur endlich oft als Teilwort$\}$

Aufgabe 3. Betrachten Sie die Sprache

$$L = \{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ enthält } ab \text{ und } ba \text{ unendlich oft als Teilwort}\}.$$

(a) Geben Sie einen verallgemeinerten Büchiautomaten an, der L erkennt.

(b) Wandeln Sie den Automaten aus (a) in einen Büchiautomaten um.

Aufgabe 4. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Sei $U \subseteq \Sigma^+$ regulär und $K, L \subseteq \Sigma^\omega$ ω-regulär. Dann sind U^ω, $U \cdot L$ und $K \cup L$ auch ω-regulär.

(b) Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^\omega$ ist genau dann ω-regulär, wenn reguläre Sprachen $U_1, V_1, \ldots, U_n, V_n \subseteq \Sigma^+$ existieren mit

$$L = \bigcup_{i=1}^{n} U_i \cdot V_i^\omega.$$

Aufgabe 5 (★). Ein Büchiautomat $B = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$ heißt *deterministisch*, wenn für alle $s \in S$, $a \in \Sigma$ genau ein $s' \in S$ mit $(s, a, s') \in \delta$ existiert. Beweisen Sie, dass die Sprache $\{a, b\}^* a^\omega$ von keinem deterministischen Büchiautomaten erkannt wird.