

Übungsblatt 9

Aufgabe 1. Gegeben sei das Vektoradditionssystem

$$S = \{((2, 0), (1, 1)), ((2, 2), (4, 1))\}.$$

- (a) Skizzieren Sie den Transitionsgraphen $T(S)$.
- (b) Bestimmen Sie $\text{suc}_{T(S)}^*((4, 0))$.

Aufgabe 2. Wir betrachten eine Erweiterung von Vektoradditionssystemen. Ein k -dimensionales *Vektoradditionssystem mit Zuständen* (kurz: k -VASS) ist eine endliche Menge $S \subseteq Q \times \mathbb{N}^k \times \mathbb{N}^k \times Q$, wobei Q eine endliche Menge von Zuständen ist. Es definiert den Transitionsgraphen $T(S) = (Q \times \mathbb{N}^k, \Rightarrow_S)$, wobei

$$(p, u) \Rightarrow_S (q, v) \iff \exists(p, \ell, r, q) \in S : (\ell \leq u \text{ und } v = u - \ell + r).$$

- (a) Definieren Sie auf $Q \times \mathbb{N}^k$ eine WQO \leq , so dass \leq aufwärts-kompatibel mit \Rightarrow_S ist.
- (b) Konstruieren Sie aus einem Vektoradditionssystem mit Zuständen S ein normales Vektoradditionssystem, welches S auf natürliche Weise simuliert.

Aufgabe 3.

- (a) Konstruieren Sie ein Vektoradditionssystem S , so dass

$$(a, b) \Rightarrow_S^* (c, 0) \iff a + b = c.$$

- (b) Konstruieren Sie ein 2-VASS S , so dass Zustände p, q existieren mit

$$(p, (a, 0)) \Rightarrow_S^* (q, (b, 0)) \iff b \leq 2a.$$

- (c) Konstruieren Sie ein 3-VASS S , so dass Zustände p, q existieren mit

$$(p, (a, 1, 0)) \Rightarrow_S^* (q, (0, b, 0)) \iff b \leq 2^a.$$