

Übungsblatt 1

Aufgabe 1

Wahr oder falsch?

- (a) Es gibt überabzählbar unendlich viele Wörter über einem endlichen Alphabet.
- (b) Es gibt abzählbar unendlich viele berechenbare Funktionen $f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$.
- (c) Es gibt überabzählbar unendlich viele Funktionen $f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Sigma \cup \{\square\}, \delta, z_0, \square, \{z_2\})$ mit $Q = \{z_0, z_1, z_2\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$ und folgenden Transitionen:

$$\begin{aligned}\delta(z_0, 0) &= (z_0, 0, R) \\ \delta(z_0, 1) &= (z_0, 1, R) \\ \delta(z_0, \square) &= (z_1, 0, L) \\ \delta(z_1, 0) &= (z_1, 0, L) \\ \delta(z_1, 1) &= (z_1, 1, L) \\ \delta(z_1, \square) &= (z_2, \square, R)\end{aligned}$$

- (a) Untersuchen Sie, wie sich die Turingmaschine auf den Eingaben 10, 11 und 110 verhält. Was tut sie allgemein bei Eingaben $w \in 1\{0, 1\}^* \cup \{0\}$?
- (b) Wie verändert sich das Verhalten, wenn man die Transition $\delta(z_0, \square) = (z_1, 0, L)$ durch $\delta(z_0, \square) = (z_1, 1, L)$ ersetzt?
- (c) Ändern Sie die Turingmaschine M so ab, dass sie die Funktion $f(n) = 4n+1$ berechnet.

Aufgabe 3

Geben Sie eine 2-Band-Turingmaschine an, die bei Eingabe $w \in \{a, b\}^*$ das Wort ww auf das erste Band schreibt, den Lesekopf auf das erste Zeichen von ww bewegt und in einen Endzustand übergeht.

Aufgabe 4

Geben Sie (formal) Turingmaschinen M_1 bzw. M_2 an, die die Funktionen $f_i : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$f_i(n_1, n_2) = n_i \quad (i = 1, 2)$$

berechnen.