

Übungsblatt 3

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die von folgendem WHILE-Programm berechnete Funktion LOOP-berechenbar ist. Input und Output sind x_1 .

```
 $x_2 := 0;$   
 $x_3 := 0;$   
WHILE  $x_2 \neq 0$  DO  
   $x_2 := x_2 + 1;$   
   $x_3 := x_2 + x_1;$   
   $x_2 := x_3 \cdot x_1$   
END;  
 $x_2 := x_1 \cdot x_1;$   
WHILE  $x_1 \neq 0$  DO  
   $x_1 := x_1 - 1;$   
   $x_2 := x_2 + x_3;$   
   $x_3 := x_3 + 1$   
END;  
 $x_1 := x_2$ 
```

Aufgabe 2

Geben Sie an, welche Funktionen durch die folgenden Programme berechnet werden. Es handelt sich um Funktionen von \mathbb{N}^2 (bzw. \mathbb{N}^3) nach \mathbb{N} mit Eingabevariablen x_1, x_2 (bzw. x_1, x_2, x_3) und Ausgabevariable x_1 .

(a) $f : \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}$ definiert durch

```
 $x_2 := x_2 \cdot x_2;$   
 $x_4 := x_2 - x_3;$   
IF  $x_4 = 0$  THEN  $x_2 := x_3$  END;  
 $x_3 := x_2 - x_1;$   
 $x_1 := x_1 \cdot x_2;$   
IF  $x_3 = 0$  THEN  
   $x_1 := 1;$   
  LOOP  $x_2$  DO  $x_1 := 2 \cdot x_1$  END  
END
```

(b) $g : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ definiert durch

```
x3 := x2 - x1;  
WHILE x3 ≠ 0 DO  
  x3 := 1  
END;  
x1 := 2 · x1;  
x1 := x1 + 3
```

(c) $h : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ definiert durch

```
M1 : x3 := x2 · x2;  
      x4 := x3 - 41;  
      IF x4 = 0 THEN GOTO M1;  
      GOTO M2;  
M2 : x1 := x1 + x3;  
      HALT
```

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind. Es dürfen primitiv rekursive Funktionen verwendet werden, die in der Vorlesung bereits besprochen wurden.

(a) $f(n) = n!$

(b) $g(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

(c) $k(n, m) = m^n$

(d) $h(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} x_2 & \text{für } x_1 = 0 \\ x_3 & \text{sonst} \end{cases}$